Вариант 1

C1. Решите уравнение

$$(2\cos^2 x - 7\cos x + 3)\log_{41}(-\sin x) = 0$$

$\boxed{-\frac{\pi}{3} + 2\pi n;\ -\frac{\pi}{2} + 2\pi n}$

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, точки D, E — середины ребер соответственно A_1B_1 и B_1C_1. Найдите косинус угла между прямыми AD и BE.

$\boxed{0{,}7}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{9^{x-6}}(x+2)}{\log_{9^{x-6}} x^2} < 1$$

$\boxed{(-2;-1) \cup (-1;0) \cup (0;1) \cup (2;6) \cup (6;+\infty)}$

C4. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H. Известно, что отрезок CH равен радиусу окружности, описанной около треугольника. Найдите угол ACB.

$\boxed{60^\circ \text{ или } 120^\circ}$

C5. При каких действительных значениях параметра a система

$$\begin{cases} 3|x| + 2|y| = 12 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет наибольшее число решений?

$\boxed{(-4; -\frac{12}{\sqrt{13}}) \cup (\frac{12}{\sqrt{13}}; 4)}$

Вариант 2

C1. Решите уравнение

$$\sqrt{1-4\cos x-\cos^2 x}=\sin x$$

$\frac{\pi}{2}+2\pi n$

C2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1.

$0,75$

C3. Решите неравенство:

$$\log_{\frac{4}{3}}\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x}\right)+\log_{\frac{4}{9}}\left(\frac{2}{3}\right)\geq 0$$

$0\leq x\leq \frac{27}{16}$

C4. Прямая отсекает от сторон прямого угла отрезки 5 и 12. Найдите радиус окружности, касающейся этой прямой и сторон угла

2 или 15

C5. При каких значениях параметра a уравнение

$$ax^2+|x-1|=0$$

имеет ровно три решения?

$a=-\frac{1}{4}$

Вариант 3

C1. Решите уравнение

$$\frac{\cos x(2\cos x - 1)(2\cos x - \sqrt{3})}{\log_6(\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x)} = 0$$

$\boxed{\frac{\pi}{3} + 2\pi n}$

C2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BD_1.

$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{4}}$

C3. Решите неравенство:

$$\log_{5-4x-x^2}(5 - 9x - 2x^2) \leq \log_{1-x}(1 - 2x)$$

$\boxed{(-5; -2 - 2\sqrt{2}) \cup [-4; 0) \cup (0; \frac{1}{2})}$

C4. На стороне AC угла ACB, равного 45°, взята такая точка D, что $CD = AD = 2$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и D и касающейся прямой BC.

$\boxed{\sqrt{2} \text{ или } 5\sqrt{2}}$

C5. Найдите все значения a, при которых уравнение

$$|x^2 - 4x + 3| = a(x - 1)$$

имеет два различных корня. Укажите эти корни.

$\boxed{a \in (-\infty; 2) \cup \{0\} \cup [2; +\infty)\ x_1 = 1;\ x_2 = a + 3}$

Вариант 4

C1. Решите уравнение

$$\frac{(2\cos x+1)(\log_{13}(3\,\mathrm{tg}^2\,x))}{\log_{31}(2\sin x)}=0$$

$\boxed{\frac{2\pi}{3}+2\pi n}$

C2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BE_1.

$\boxed{90^\circ}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{\log^2_{2x-3}\frac{1}{3x-5}+\log_{2x-3}(9x^2-30x+25)+7}{2\log_{2x-3}(6x^2-19x+15)-1}\le 3$$

$\boxed{\frac{7}{4}}$

C4. В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN, O — центр вписанной окружности. Известно, что $BC=24, MN=12$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BOC.

$\boxed{8\sqrt{3}\text{ или }24}$

C5. Определите, при каких значениях параметра b при любых значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} x^2+y^2-5x+6y+4=0 \\ y+ax+ab=0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения $(x;y)$.

$\boxed{(-4;-1)}$

Вариант 5

C1. Решите уравнение

$$\frac{\log_2(2\sin x)}{\sqrt{-3\cos x}} = 0$$

$\boxed{\frac{5\pi}{6} + 2\pi n}$

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, точка D — середина ребра A_1B_1. Найдите косинус угла между прямыми AD и BC_1.

$\boxed{\frac{3\sqrt{10}}{20}}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{1-4x^2}\left(|x|-4\right)^2}{\log_{1-4x^2}\left(10x^2+5x+\frac{1}{2}\right)} \leq 2$$

$\boxed{-\frac{1}{2} < x < \frac{-5-\sqrt{5}}{20};\ \frac{-5+\sqrt{5}}{20} < x < 0}$

C4. Около треугольника ABC описана окружность с центром O, угол AOC равен 60°. В треугольник ABC вписана окружность с центром M. Найдите угол AMC.

$\boxed{165^\circ \text{ или } 105^\circ}$

C5. При каком значении параметра a система уравнений

$$\begin{cases} x + 3|y| + 5 = 0 \\ (x-a)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

имеет три различных решения?

$\boxed{a = -7}$

Вариант 6

C1. Решите уравнение

$$|\cos x| - \cos x = 2\sin x$$

$\boxed{2\pi n;\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi n}$

C2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, точки G, H — середины ребер соответственно A_1B_1 и B_1C_1. Найдите косинус угла между прямыми AG и BH.

$\boxed{0,9}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{\lg(5y^2 - 2y + 1)}{\lg(4y^2 - 5y + 1)^3} \leq \frac{\log_{5^3} 7}{\log_5 7}$$

$\boxed{[-3; 0) \cup \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup \left(1; \frac{5}{4}\right)}$

C4. Вершина равнобедренного треугольника с боковой стороной 5 и основанием 8 служит центром данной окружности радиуса 2. Найдите радиус окружности, касающейся данной и проходящей через концы основания треугольника.

$\boxed{\frac{17}{2} \text{ или } \frac{41}{10}}$

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

$\boxed{(-1; 1) \cup \left[\frac{5}{4}; 5\right)}$

Вариант 7

C1. Решите уравнение

$$\log_{\sqrt{3}}(2\sin^2 x - 1) = \log_{\sqrt{3}} \sin x$$

$\boxed{\frac{\pi}{2} + 2\pi n}$

C2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 4$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$ найдите тангенс угла между плоскостями CDD_1 и BDA_1.

$\boxed{\frac{3}{\sqrt{2}}}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{\log_5(x^2 - 4x - 11)^2 - \log_{11}(x^2 - 4x - 11)^3}{2 - 5x - 3x^2} \geq 0$$

$\boxed{x < -2;\ -2 < x < 2 - \sqrt{15};\ x \geq 6}$

C4. Окружность, диаметр которой равен 10, проходит через соседние вершины A и B прямоугольника $ABCD$. Длина касательной, проведенной из точки C к окружности, равна 3, $AB = 1$. Найдите BC.

$\boxed{\frac{3(\sqrt{15} \pm \sqrt{11})}{2}}$

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4|x - a| + |x^2 + 2x - 3|$ меньше 4.

$\boxed{(-4; -1) \cup (-1; 2)}$

Вариант 8

C1. Решите уравнение

$$\log_3 \sin x + \log_3 \cos x = \log_3(1 - \cos 60^\circ)$$

$\boxed{\frac{\pi}{4} + 2\pi n}$

C2. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.

$\boxed{30^\circ}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{0,2}(\frac{1}{2x-1}) + \log_5(2-x)}{\log_5(2x-1) + \log_{0,2}\frac{1}{3-2x}} \geq 0$$

$\boxed{(0,5;\, 1)}$

C4. Две окружности касаются внешним образом. Прямая касается первой окружности в точке M и пересекает вторую окружность в точках A и B. Найдите радиус первой окружности, если известно, что $AB = 12, MB = 6$, а радиус второй окружности равен 10.

$\boxed{3 \text{ или } 27}$

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых функция

$$f(x) = 2\Big|2|x| - a^2\Big| - x + a$$

имеет четыре различных точки перемены знака.

$\boxed{\left(-2;\, -\frac{1}{2}\right)}$

Вариант 9

C1. Решите уравнение

$$\frac{4\cos^2 x + 8\sin x - 7}{\sqrt{-\operatorname{tg} x}} = 0$$

$\boxed{\frac{5\pi}{6} + 2\pi k}$

C2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 20, AC = 32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1, причем $BP : PB_1 = 1 : 3$. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP.

$\boxed{0,5}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{2^{x+4}} 4}{\log_{2^{x+4}}(-8x)} \leq \frac{1}{\log_2 \log_{\frac{1}{2}} 2^x}$$

$\boxed{[-8; -4) \cup (-4; -1) \cup \left(-\frac{1}{8}; 0\right)}$

C4. В окружности проведены хорды KL, MN, PS. Хорды KL, PS пересекаются в точке C, хорды KL, MN пересекаются в точке A, а хорды MN и PS пересекаются в точке B, причем $AL = CK, AM = BN, BS = 5, BC = 4$. Найдите радиус окружности, если величина угла BAC равна 45 градусов.

$\boxed{\sqrt{53} \text{ или } \sqrt{13}}$

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых график функции $f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$ пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.

$\boxed{(-\infty; -2] \cup [0; \infty)}$

Вариант 10

C1. Решите уравнение

$$\log_{\cos x} \sin x = 1$$

$\boxed{\frac{\pi}{4} + 2\pi k}$

C2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = AC = 8$, а один из углов равен 60°. На ребре AA_1 отмечена точка P так, что $AP:PA_1 = 2:1$. Найдите тангенс угла между плоскостями ABC и CBP, если расстояние между прямыми AB и C_1B_1 равно $18\sqrt{3}$.

$\boxed{3}$

C3. Решите неравенство:

$$\log_x(5 - x) < \log_x(x^3 - 7x^2 + 14x - 5) - \log_x(x - 1)$$

$\boxed{1 < x < 2;\ 4 < x < 5}$

C4. В окружности радиуса 6 проведены хорда MN и диаметр MP. В точке N проведена касательная к окружности, которая пересекает продолжение диаметра MP в точке Q под углом 60 градусов. Найдите медиану QD треугольника MQN.

$\boxed{\sqrt{5 \pm \frac{5\sqrt{3}}{2}}}$

C5. При каких значениях параметра a уравнение

$$(1 + \sin(3ax))\sqrt{5\pi x - x^2} = 0$$

имеет ровно 5 различных корней?

$\boxed{\left[-\frac{13}{30}; -\frac{3}{10}\right) \cup \left(\frac{11}{30}; \frac{1}{2}\right]}$

Вариант 11

C1. Решите уравнение

$$\frac{2\cos^2 x + 5\cos x - 3}{\sqrt{x - \frac{\pi}{3}}} = 0$$

$\boxed{-\frac{\pi}{3} + 2\pi k;\ \frac{\pi}{3} + 2\pi k;\ k > 0}$

C2. В основании прямой призмы $MNKM_1N_1K_1$ лежит прямоугольный треугольник MNK, у которого угол N равен $90°$, угол M равен $60°$, $NK = 18$. Диагональ боковой грани M_1N составляет угол $30°$ с плоскостью MM_1K_1. Найдите высоту призмы.

$\boxed{6\sqrt{6}}$

C3. Решите неравенство:

$$\log_{x+2}(7x^2 - x^3) + \log_{(x+2)^{-1}}(x^2 - 3x) \geq \log_{\sqrt{x+2}}\sqrt{5 - x}$$

$\boxed{-2 < x < -1;\ 3 < x < 5}$

C4. Две окружности, касающиеся прямой в точках A и B, пересекаются в точках C и D, причем $AB = 8, CD = 15$. Найдите медиану CE треугольника ABC.

$\boxed{16 \text{ или } 1}$

C5. При каких значениях параметра a уравнение

$$(\sin x - \log_4 a)(\sin x - 2 + 2a) = 0$$

имеет ровно два корня на отрезке $[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$?

$\boxed{(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}) \cup \{1\} \cup (\frac{3}{2}; 4]}$

Вариант 12

С1. Решите уравнение

$$\frac{(2y+9\pi)(4y-9\pi)(13y-9\pi)}{\sqrt{\cos y}}=0$$

$\boxed{\frac{9\pi}{4}}$

С2. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC, у которого угол C равен 90°, угол A равен 30°, $AC = 10\sqrt{3}$. Диагональ боковой грани B_1C составляет угол 30° с плоскостью AA_1B_1. Найдите высоту призмы.

$\boxed{10\sqrt{2}}$

С3. Решите неравенство:

$$\log_{6x^2-5x+1} 2 > \log_{\sqrt{6x^2-5x+1}} 2$$

$\boxed{0<x<\frac{1}{3};\ \frac{1}{2}<x<\frac{5}{6}}$

С4. Сторона квадрата равна a. Найдите радиус окружности, касающейся стороны квадрата и окружностей радиуса a с центрами в вершинах квадрата, принадлежащих одной из его сторон.

$\boxed{\frac{a}{16} \text{ или } \frac{3a}{8}}$

С5. При каких значениях a уравнение $\cos 2x + 2\cos x - 2a^2 - 2a + 1 = 0$ имеет ровно одно решение на промежутке $0 \le x \le 2\pi$?

$\boxed{a=-2;\ a=1}$

Вариант 13

C1. Решите уравнение

$$\frac{10\cos^2 x - \cos x - 3}{(5\sin x - 4)\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$$

$\boxed{-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k}$

C2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AA_1 = 4, A_1D_1 = 6, C_1D_1 = 6$ найдите тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF, проходящей через середины ребер AB и B_1C_1.

$\boxed{\frac{3}{5}}$

C3. Решите неравенство:

$$\log_{|x|}\left(\sqrt{9 - x^2} - x - 1\right) \geq 1$$

$\boxed{[-\sqrt{8}; -1) \cup \left(\frac{-2+\sqrt{44}}{5}; 1\right)}$

C4. Дан равнобедренный теругольник $ABC(AB = BC)$. В точке M к окружности, вписанной в треугольник, проведена касательная, перпендикулярная к стороне BC. D — точка пересечения касательной со стороной BC. Определите площадь треугольника ABC, если радиус вписанной окружности равен r, а площадь треугольника MBD равна S.

$\boxed{\frac{2s-r^2}{\left(\sqrt{4s^2+4sr^2+2r^4}+r^2\right)^2} \text{ или } \frac{2s-r^2}{\left(\sqrt{4s^2-4sr^2+2r^4}+r^2\right)^2}}$

C5. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение

$$9^x + (b^2 + 6) \cdot 3^x - b^2 + 16 = 0$$

не имеет решений.

$\boxed{[-4; 4]}$

Вариант 14

C1. Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x + 2\sin^2 x}{\sqrt{-\cos x}} = 0$$

$\boxed{-\pi + 2\pi n;\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi n}$

C2. К диагонали A_1C куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ провели перпендикуляры из вершин A и B. Найдите угол между этими перпендикулярами.

$\boxed{60^\circ}$

C3. Решите неравенство:

$$\log_{\frac{3x-1}{x+2}}(2x^2 + x - 1) \geq \log_{\frac{3x-1}{x+2}}(11x - 6 - 3x^2)$$

$\boxed{\{1\} \cup (1,5; 3)}$

C4. Угол ABC равен 60 градусов, причем $AB = BC = a$. Окружность S_1 касается AB в точке A, а окружность S_2 касается BC в точке C, кроме того, эти окружности касаются внешним образом. Найдите радиусы этих окружностей, если известно, что их отношение равно двум.

$\boxed{4 \text{ решения: } \frac{\sqrt{35} \pm 3\sqrt{3}}{4}a \text{ и } \frac{\sqrt{35} \pm 3\sqrt{3}}{2}a;\ \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ и } \frac{a\sqrt{3}}{3};\ \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ и } \frac{2a\sqrt{3}}{3}}$

C5. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$\log_5(25^x - \log_5 a) = x$$

имеет единственное решение.

$\boxed{\frac{1}{\sqrt[4]{5}};[1;+\infty)}$

Вариант 15

C1. Решите уравнение

$$\sin 2x\sqrt{4-x^2}=0$$

$-2;\ 2;\ \frac{\pi}{2};\ -\frac{\pi}{2};\ 0$

C2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 10, AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P — середина ребра BB_1. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP.

2

C3. Решите неравенство:

$$\log_{x^2}\left(\frac{4x-5}{|x-2|}\right)\geq\frac{1}{2}$$

$\sqrt{6}-1\leq x<2;\ 2<x\leq 5$

C4. Окружности радиусов 4 и 9 касаются внешним образом, лежат по одну сторону от некоторой прямой и касаются этой прямой. Найдите радиус окружности, касающейся каждой из этих двух данных и той же прямой.

1,44 или 36

C5. При каких значениях a, принадлежащих интервалу $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, уравнение

$$\sqrt{2\sin(x-a)+\sqrt{3}}=\cos 6x-1$$

имеет решения?

$-\frac{\pi}{3};\ 0;\ \frac{\pi}{3}$

Вариант 16

C1. Решите уравнение

$$\sin x + \cos x = \sqrt{1 - 2\sin^2 x}$$

$\boxed{2\pi n;\ -\frac{\pi}{4} + \pi n}$

C2. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AC. Найдите тангенс угла между плоскостью $A_1B_1C_1$ и плоскостью, проходящей через середину ребра AA_1 и прямую BC, если $AB = 4, BB_1 = 12$.

$\boxed{1{,}5}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{3(x+1)^2-2}\left(\log_{2x^2+2x+3}(x^2 - 2x)\right)}{\log_{3(x+1)^2-2}(x^2 + 6x + 10)} \geq 0$$

$\boxed{[-3; -1 - \sqrt{2}) \cup (-1 - \sqrt{2}; -1]}$

C4. На стороне BA угла ABC, равного 30°, взята такая точка D, что $AD = 2$ и $BD = 1$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A, D и касающейся прямой BC.

$\boxed{1 \text{ или } 7}$

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых все корни уравнения

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

удовлетворяют неравенству $|x| \leq 1$.

$\boxed{\{0\} \cup [2 + \sqrt{3}; 2 + \sqrt{5}]}$

Вариант 17

C1. Решите уравнение

$$\sqrt{5 - 2\sin x} = 6\sin x - 1$$

$\boxed{(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n}$

C2. Основанием пирамиды $DABC$ служит равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 13, AC = 24$. Ребро DB перпендикулярно плоскости основания и равно 20. Найдите тангенс двугранного угла при ребре AC.

$\boxed{4}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{20^{\log_7(x+1)}}{4\left(\log_8(x-8)^2\right)^4 \log_9(x+2)} \leq \frac{\left(35(x+1)\right)^{\log_7(x+1)}}{49\left(\log_8(x-8)^2\right)^4 \log_9(x+2)}$$

$\boxed{\left(-1; -\frac{45}{49}\right] \cup [6; 7) \cup (7; 8) \cup (8; 9) \cup (9; +\infty)}$

C4. Через середину стороны AB квадрата $ABCD$ проведена прямая, пересекающая прямые CD и AD в точках M и T соответственно и образующая с прямой AB угол $\alpha, \operatorname{tg}\alpha = 3$. Найдите площадь треугольника BMT, если сторона квадрата $ABCD$ равна 4.

$\boxed{2 \text{ или } 10}$

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнения

$$(2a-1)x^2 + 6ax + 1 = 0 \quad \text{и} \quad ax^2 - x + 1 = 0$$

имеют общий корень.

$\boxed{-\frac{3}{4};\ 0;\ \frac{2}{9}}$

Вариант 18

C1. Решите уравнение

$$\sin\frac{x}{3} = \left(\sqrt{25-x^2}\right)^2 + x^2 - 25$$

$\boxed{0}$

C2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

$\boxed{3 \text{ или } \frac{21}{17}}$

C3. Решите неравенство:

$$\left|\log_{x+1}\sqrt{(x-2)^4}+2\right| \geq -3+\log_{\frac{1}{x+1}}\sqrt{(x-2)^6}$$

$\boxed{-1 < x \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2};\ 0 < x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2};\ x \geq \frac{1+\sqrt{13}}{2}}$

C4. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $AB = 2, BC = 3, \angle A = 60°$. Окружность с центром в точке O касается биссектрисы угла D и двух сторон параллелограмма, исходящих из вершины одного его острого угла. Найдите площадь четырехугольника $ABOD$.

$\boxed{\frac{5\sqrt{8}}{4};\ \frac{13\sqrt{8}}{4}}$

C5. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geq 0 \\ ax > 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

$\boxed{-2 \leq a \leq 0}$

Вариант 19

C1. Решите уравнение

$$\frac{\operatorname{ctg}^3 x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{\cos x}} = 0$$

$\boxed{\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k}$

C2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между плоскостями ABC и BCS.

$\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{2\log_{2^{x-1}} |x|}{\log_{2^{x-1}}(x+7)} \le \frac{\log_3(x+12)}{\log_3(x+7)}$$

$\boxed{(-7;-6) \cup [-3;0) \cup (0;1) \cup (1;4)}$

C4. Вершина равнобедренного треугольника с боковой стороной 5 и основанием 6 служит центром данной окружности радиуса 2. Найдите радиус окружности, касающейся данной и проходящей через концы основания треугольника.

$\boxed{\frac{13}{4} \text{ или } 154}$

C5. Найдите все пары чисел p и q, для каждой из которых неравенство $|x^2 + px + q| > 2$ не имеет решений на отрезке $[1;5]$.

$\boxed{p = -6;\ q = 7}$

Вариант 20

C1. Решите уравнение

$$\frac{2\cos^3 x + 3\cos^2 x + \cos x}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}} = 0$$

$\boxed{-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n}$

C2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

$\boxed{2 \text{ или } 4}$

C3. Решите неравенство:

$$\frac{(|2x+1| - x - 2)\left(\log_{\frac{1}{3}}(x+4) + 1\right)}{2^{x^2+1} - 2^{|x|}} \geq 0$$

$\boxed{(-4; 1]}$

C4. Точка O - центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса OM взята точка A. Через точку A проведена прямая, касающаяся окружности в точке K. Известно, что $\angle OAK = 60°$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол OAK и касающейся данной окружности внешним образом.

$\boxed{2 \pm \frac{4}{3}\sqrt{2}}$

C5. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $16^x < 30 \cdot 4^x - a$ не имеет ни одного целочисленного решения.

$\boxed{a > 227}$

Вариант 21

С1. Решите уравнение

$$\frac{\cos 2x + \cos x}{1 + \sqrt{\sin x}} = 0$$

$\boxed{\pi + 2\pi n;\ \frac{\pi}{3} + 2\pi n}$

С2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5, AB = 12, AD = 8$. Найдите тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK, если K - середина ребра C_1D_1.

$\boxed{2}$

С3. Решите неравенство:

$$\left(x + \frac{3}{x}\right)\left(\log_{(5-x)}(x^2 - 6x + 9)\right)^2 \geq 4 \cdot \left(\log_{(5-x)}(x^2 - 6x + 9)\right)^2$$

$\boxed{0 < x \leq 1;\ x = 2;\ 3 < x < 4;\ 4 < x < 5}$

С4. Дана окружность радиуса 2 с центром O. Хорда AB пересекает радиус OC в точке D, причем $\angle CDA = 120^\circ$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол ADC и касающейся дуги AC, если $OD = \sqrt{3}$.

$\boxed{2\sqrt{21} - 9 \text{ или } 3 + 2\sqrt{3}}$

С5. Найдите все значения p, при каждом из которых для любого q система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = q|x| + p \end{cases}$$

имеет решения.

$\boxed{-1 \leq p \leq 1;\ -8 \leq q < -6}$

Вариант 22

C1. Решите уравнение

$$\frac{\cos 2x - \sin x - 1}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$$

$\boxed{\pi k;\ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n}$

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1, если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 5.

$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{4}}$

C3. Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{x}}\left(\frac{5}{2}x - 1\right) \geq -2$$

$\boxed{(-2;-1) \cup (-1;0) \cup (0;-1) \cup (2;6) \cup (6;+\infty)}$

C4. Дана трапеция $ABCD$ с боковыми сторонами $AB = 36, CD = 34$ и основанием $BC = 10$. Известно, что $\cos\angle ABC = -\frac{1}{3}$. Найдите BD.

$\boxed{36 \text{ или } 8\sqrt{19}}$

C5. Найдите все значения a, при которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y^2+64-16x} + \sqrt{x^2+y^2+36+12y} = 10 \\ x^2+y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{a = \pm\frac{24}{5};\ 6 < a \leq 8}$

Вариант 1. **С1.** $-\frac{\pi}{3}+2\pi n; -\frac{\pi}{2}+2\pi n$. **С2.** 0,7. **С3.** $(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(2;6)\cup(6;+\infty)$. **С4.** 60° или 120°. **С5.** $(-4;-\frac{12}{\sqrt{13}})\cup(\frac{12}{\sqrt{13}};4)$. **Вариант 2**. **С1.** $\frac{\pi}{2}+2\pi n$. **С2.** $0,75$. **С3.** $0\le x\le\frac{27}{16}$. **С4.** 2 или 15. **С5.** $a=-\frac{1}{4}$. **Вариант 3**. **С1.** $\frac{\pi}{3}+2\pi n$. **С2.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **С3.** $(-5;-2-2\sqrt{2})\cup[-4;0)\cup(0;\frac{1}{2})$. **С4.** $\sqrt{2}$ или $5\sqrt{2}$. **С5.** $a\in(-\infty;2)\cup\{0\}\cup[2;+\infty)$ $x_1=1;$ $x_2=a+3$. **Вариант 4**. **С1.** $\frac{2\pi}{3}+2\pi n$. **С2.** 90°. **С3.** $\frac{7}{4}$. **С4.** $8\sqrt{3}$ или 24. **С5.** $(-4;-1)$. **Вариант 5**. **С1.** $[\frac{5\pi}{6}+2\pi n$. **С2.** $\frac{3\sqrt{10}}{20}$. **С3.** $-\frac{1}{2}<x<\frac{-5-\sqrt{5}}{20}; \frac{-5+\sqrt{5}}{20}<x<0$. **С4.** 165° или 105° . **С5.** $a=-7$. **Вариант 6**. **С1.** $2\pi n; \frac{3\pi}{4}+2\pi n$. **С2.** $0,9$. **С3.** $[-3;0)\cup\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup\left(1;\frac{5}{4}\right)$. **С4.** $\frac{17}{2}$ или $\frac{41}{10}$. **С5.** $(-1;1)\cup\left[\frac{5}{4};5\right)$. **Вариант 7**. **С1.** $\frac{\pi}{2}+2\pi n$. **С2.** $\frac{3}{\sqrt{2}}$. **С3.** $x<-2;$ $-2<x<2-\sqrt{15};$ $x\ge 6$. **С4.** $\frac{3(\sqrt{15}\pm\sqrt{11})}{2}$. **С5.** $(-4;-1)\cup(-1;2)$. **Вариант 8**. **С1.** $\frac{\pi}{4}+2\pi n$. **С2.** 30°. **С3.** $(0,5;1)$. **С4.** 3 или 27. **С5.** $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. **Вариант 9**. **С1.** $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$. **С2.** $0,5$. **С3.** $[-8;-4)\cup(-4;-1)\cup\left(-\frac{1}{8};0\right)$. **С4.** $\sqrt{53}$ или $\sqrt{13}$. **С5.** $(-\infty;-2]\cup[0;\infty)$. **Вариант 10**. **С1.** $\frac{\pi}{4}+2\pi k$. **С2.** 3. **С3.** $1<x<2;$ $4<x<5$. **С4.** $\sqrt{5\pm\frac{5\sqrt{3}}{2}}$. **С5.** $\left[-\frac{13}{30};-\frac{3}{10}\right)\cup\left(\frac{11}{30};\frac{1}{2}\right]$. **Вариант 11**. **С1.** $-\frac{\pi}{3}+2\pi k; \frac{\pi}{3}+2\pi k; k>0$. **С2.** $6\sqrt{6}$. **С3.** $-2<x<-1;$ $3<x<5$. **С4.** 16 или 1. **С5.** $(\frac{1}{4};\frac{1}{2})\cup\{1\}\cup(\frac{3}{2};4]$. **Вариант 12**. **С1.** $\frac{9\pi}{4}$. **С2.** $10\sqrt{2}$. **С3.** $0<x<\frac{1}{3};$ $\frac{1}{2}<x<\frac{5}{6}$. **С4.** $\frac{a}{16}$ или $\frac{3a}{8}$. **С5.** $a=-2;$ $a=1$. **Вариант 13**. **С1.** $-\frac{2\pi}{3}+2\pi k$. **С2.** $\frac{3}{5}$. **С3.** $[-\sqrt{8};-1)\cup\left(\frac{-2+\sqrt{44}}{5};1\right)$. **С4.** $\frac{\left(\sqrt{4s^2+4sr^2+2r^4}+r^2\right)^2}{2s-r^2}$ или $\frac{\left(\sqrt{4s^2-4sr^2+2r^4}+r^2\right)^2}{2s-r^2}$. **С5.** $[-4;4]$. **Вариант 14**. **С1.** $-\pi+2\pi n; \frac{3\pi}{4}+2\pi n$. **С2.** 60°. **С3.** $\{1\}\cup(1,5;3)$. **С4.** 4 решения: $\frac{\sqrt{35}\mp3\sqrt{3}}{4}a$ и $\frac{\sqrt{35}\mp3\sqrt{3}}{2}a$; $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ и $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ и $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **С5.** $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$;$[1;+\infty)$. **Вариант 15**. **С1.** $-2;2;\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{2};0$. **С2.** 2. **С3.** $\sqrt{6}-1\le x<2;$ $2<x\le 5$. **С4.** 1,44 или 36. **С5.** $-\frac{\pi}{3};$ $0;$ $\frac{\pi}{3}$. **Вариант 16**. **С1.** $2\pi n; -\frac{\pi}{4}+\pi n$. **С2.** $1,5$. **С3.** $[-3;-1-\sqrt{2})\cup(-1-\sqrt{2};-1]$. **С4.** 1 или 7. **С5.** $\{0\}\cup[2+\sqrt{3};2+\sqrt{5}]$. **Вариант 17**. **С1.** $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$. **С2.** 4. **С3.** $\left(-1;-\frac{45}{49}\right]\cup[6;7)\cup(7;8)\cup(8;9)\cup(9;+\infty)$. **С4.** 2 или 10. **С5.** $-\frac{3}{4};$ $0;$ $\frac{2}{9}$. **Вариант 18**. **С1.** 0. **С2.** 3 или $\frac{21}{17}$. **С3.** $-1<x\le\frac{1-\sqrt{5}}{2};$ $0<x\le\frac{1+\sqrt{5}}{2};$ $x\ge\frac{1+\sqrt{13}}{2}$. **С4.** $\frac{5\sqrt{8}}{4}$; $\frac{13\sqrt{8}}{4}$. **С5.** $-2\le a\le 0$. **Вариант 19**. **С1.** $\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k$. **С2.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **С3.** $(-7;-6)\cup[-3;0)\cup(0;1)\cup(1;4)$. **С4.** $\frac{13}{4}$ или 154. **С5.** $p=-6;$ $q=7$. **Вариант 20**. **С1.** $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n$. **С2.** 2 или 4. **С3.** $(-4;1]$. **С4.** $2\pm\frac{4}{3}\sqrt{2}$. **С5.** $a>227$. **Вариант 21**. **С1.** $\pi+2\pi n; \frac{\pi}{3}+2\pi n$. **С2.** 2 . **С3.** $0<x\le 1;$ $x=2;$ $3<x<4;$ $4<x<5$. **С4.** $2\sqrt{21}-9$ или $3+2\sqrt{3}$. **С5.** $-1\le p\le 1;$ $-8\le q<-6$. **Вариант 22**. **С1.** $\pi k; -\frac{5\pi}{6}+2\pi n$. **С2.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **С3.** $(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;-1)\cup(2;6)\cup(6;+\infty)$. **С4.** 36 или $8\sqrt{19}$. **С5.** $a=\pm\frac{24}{5};$ $6<a\le 8$.