

В.М. Мамаева

Модуль «Тела вращения»

Книга для учащегося



Агарск, 2015

ВВЕДЕНИЕ

Данный модуль «Тела вращения» является частью модульного курса «Геометрия». Он предназначен для учащихся средних профессиональных учреждений, а также для учащихся общеобразовательных школ.

При продвижении по модулю вы научитесь решать задачи на нахождение элементов тел вращения, их площадей поверхностей и объема с применением формул.

Модуль включает в себя описание структуры, необходимые учебные материалы и листы с заданиями для закрепления и проверки степени усвоения материала.

Изучив структуру модуля, Вы узнаете, какое место он занимает в модульном курсе, какова общая компетентность модуля. Ваша главная цель при его изучении, промежуточные результаты при продвижении по модулю, критерии оценки деятельности по каждому результату, глубина знаний, предусмотренная модулем и каковы требования к достижению результатов и общей компетентности модуля.

Учебные материалы содержат весь теоретический материал, необходимый при изучении данной темы. К каждому разделу составлены листы с заданиями, которые помогут закрепить учебный материал и проверить степень его усвоения, а также изучить его самостоятельно в случае вашего отсутствия на уроке по какой-нибудь причине.

Задачи по готовому чертежу помогут выделить ключевые задачи, решение которых будет способствовать дальнейшему решению задач.

При самостоятельной работе с модулем, следует внимательно прочитать раздаточный материал, затем выполнить задания с тем же номером. Задания для проверки степени усвоения следует выполнять только тогда, когда изучен весь материал и выполнены все задания по его закреплению.

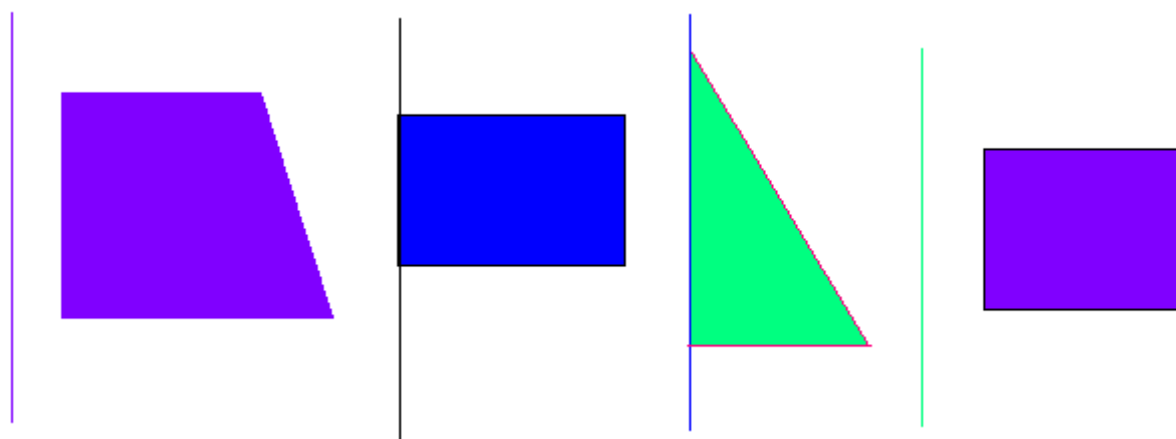
К данному модулю составлена блочная домашняя работа, выполнение которой поможет вам подготовиться к контрольной работе и успешно справиться с ее заданиями. Критерии оценивания приведены в конце работы.

В конце книги для вас приведен словарь терминов, основные сведения из планиметрии по теме «Окружность и круг» и пифагоровы тройки.

Тема №1: Цилиндр

Актуализация знаний

1. Как называется тело, полученное вращением прямоугольника? (продемонстрировать с помощью листа бумаги прямоугольной формы)
- 2.. Как называется тело, полученное вращением прямоугольного треугольника?
3. Нарисовать тело, полученное вращением фигуры



Учебный материал 1

Важным классом фигур в пространстве, помимо многогранников, является класс фигур, называемых **фигурами вращения**. Это цилиндр, конус, шар.

Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами L_1 и L_2 , называют **цилиндром**. Слово «цилиндр» происходит от греческого «*kylindros*» и означает «валик», «каток».

Цилиндрическая поверхность называется **боковой** поверхностью, а круги – **основаниями** цилиндра. Образующие цилиндрической поверхности называются **образующими** цилиндра, прямая OO_1 – **осью цилиндра**.

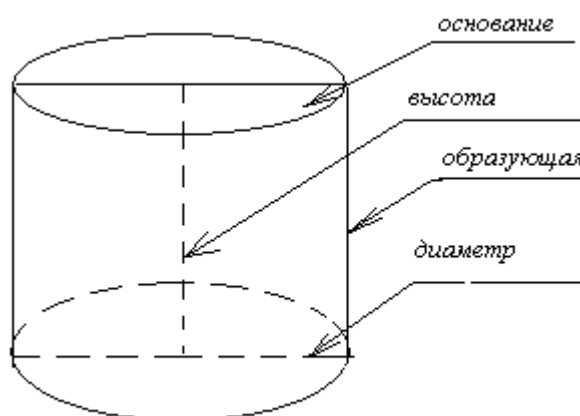
Все образующие цилиндра параллельны и равны друг другу как отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями.

Длина образующей называется **высотой** цилиндра, а радиус основания – **радиусом цилиндра**.

Цилиндр может быть получен вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон.

Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой прямоугольник, две стороны которого – образующие, а две другие – диаметры оснований цилиндра. Такое сечение называют **осевым**.

Если секущая плоскость перпендикулярна к оси цилиндра, то сечение является **кругом**.



ВЫПОЛНИТЕ ЗАДАНИЯ:

1) Постройте цилиндр и обозначьте радиус цилиндра

Ответ: отрезок _____

является радиусом цилиндра

2) Укажите основания цилиндра.

Ответ: Основаниями цилиндра является: круг с центром в точке _____

и _____

3) Определите, как относятся радиусы оснований цилиндра.

Ответ: радиусы оснований цилиндров _____

4) Укажите взаимное расположение плоскостей, в которых лежат основания цилиндра.

Ответ: радиусы оснований цилиндра лежат в _____

5) Проведите на рисунке и обозначьте две образующие цилиндра.

Ответ: Отрезки _____ и _____ являются образующими цилиндра.

6) Укажите взаимное расположение и соотношение длин образующих цилиндра.

Ответ: Образующие цилиндра _____ и _____ расположены _____ по отношению к основаниям и _____ друг другу.

7) Укажите ось цилиндра.

Ответ: Осью цилиндра является _____

8) Укажите высоту цилиндра.

Ответ: высотой цилиндра является _____

9) Определите угол между образующими прямого цилиндра и его высотой.

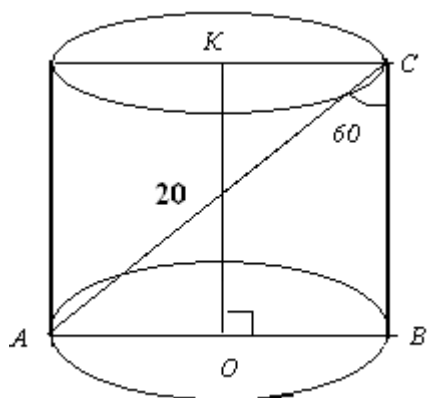
Ответ: Угол между образующей цилиндра и его высотой равен _____

10) Определите соотношение длин образующих прямого цилиндра и его высоты.

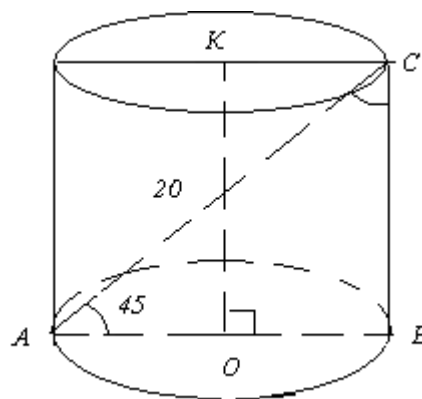
Ответ: длина образующей относится к длине высоты _____

11) Какая фигура получится при вращении прямоугольника около одной из его сторон. Ответ: при вращении прямоугольника вокруг _____

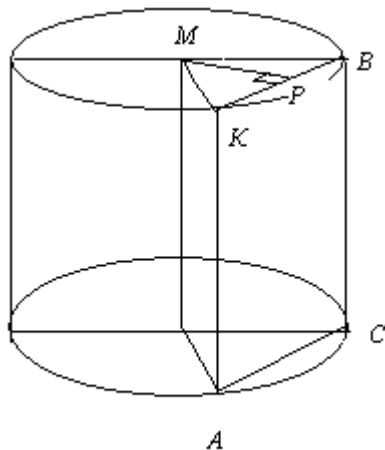
РЕШИТЕ ЗАДАЧИ ПО ГОТОВОМУ ЧЕРТЕЖУ



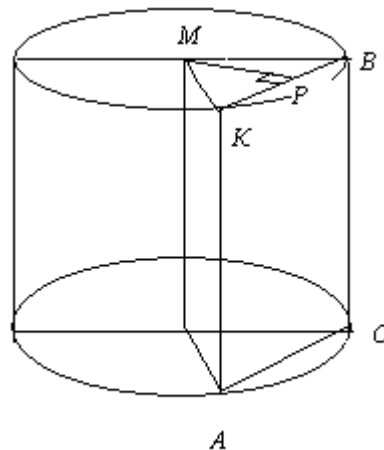
Найти радиус цилиндра и его высоту



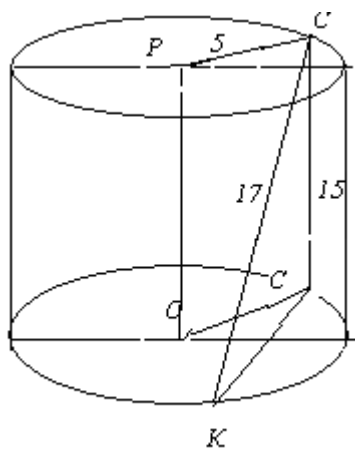
Найти радиус цилиндра и образующую



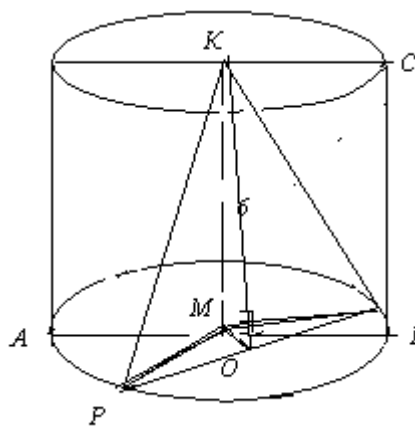
AKBC - квадрат, его площадь=100
MP = 4; Найти радиус цилиндра



AKBC – прямоугольник, $S(AKBC)=240$,
AK=10; Найти MP, если R цил=13



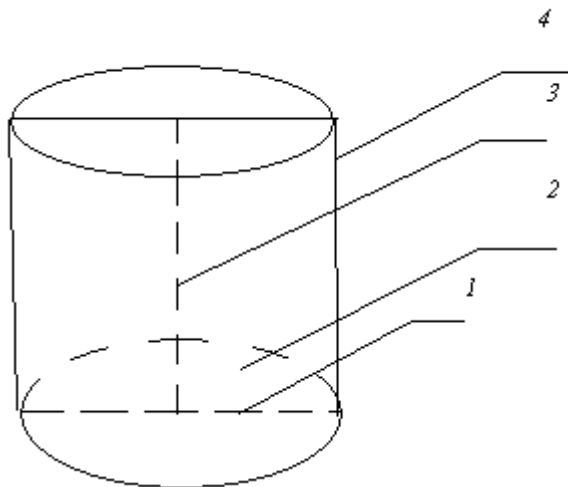
Найти расстояние между прямыми KC и OP



Угол KOM = 45, PMO = 60
Найти площадь PKB

ПРОВЕРКА СТЕПЕНИ УСВОЕНИЯ МАТЕРИАЛА

1. Напишите названия элементов цилиндра



2. Какая фигура является осевым сечением цилиндра?

а) прямоугольник; б) круг; в) квадрат; г) треугольник; д) трапеция

3. Из каких фигур состоит развертка цилиндра?

а) треугольник и 2 круга; б) прямоугольник и 2 круга;

4. Можно ли в сечении цилиндра плоскостью получить равнобедренный треугольник? а) да; б) нет

5. Какую фигуру образует сечение цилиндра плоскостью параллельной основаниям цилиндра? а) квадрат; б) круг; в) треугольник

6. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота – 3м. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра. (Подсказка 1. Найди диаметр основания, зная радиус.... 2. По теореме Пифагора найдите диагональ....)

7. Радиус основания цилиндра = 6см., а диагональ осевого сечения 13см. Найдите высоту цилиндра и площадь осевого сечения.

8. Осевым сечением цилиндра является квадрат, площадь которого равна 25 см². Найдите высоту цилиндра и радиус основания.

9. Осевое сечение цилиндра квадрат, площадь которого равна 144 см². Найдите площадь основания цилиндра.

10. Диагональ осевого сечения цилиндра = 5см., образующая цилиндра – 4 см. Найдите радиус основания

ИТОГ УРОКА (заполняют учащиеся и преподаватель)

№	ФИО	работа на уроке	степень усв-я материала (тест)	дополнительное сообщение	итоговая оценка
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

Тема №2: Площадь боковой и полной поверхности цилиндра.

Самостоятельная работа учащихся.

1. Постройте осевое сечение цилиндра
2. Постройте сечение цилиндра плоскостью параллельной оси цилиндра
3. Постройте сечение цилиндра плоскостью параллельной его основанию
4. Какое сечение цилиндра называется осевым?
5. Какие элементы цилиндра являются его сторонами?
6. Запишите формулу нахождения боковой поверхности цилиндра.
7. Какая фигура является разверткой боковой поверхности цилиндра?
8. Как найти длину окружности основания?
9. Запишите формулу полной поверхности цилиндра.

Решение задач.

№ 521.

Сделайте чертеж и самостоятельно напишите, что дано и что надо найти. Решите задачу.

Дано: цилиндр, осевое сечение –
прямоугольник $R=1,5\text{м}$; $H=4\text{м}$.

Найти: диагональ осевого сечения

№ 522

Ход решения:

1) Рассмотрим треугольник с углом в 60° и гипотенузой = 48см.

Найти катет, лежащий напротив угла 30° (он равен половине гипотенузы)

Вы ответите на первый вопрос

2) найдите радиус

3) $S_0 = \pi R^2$ Ответ: _____

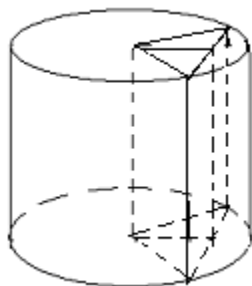
№ 523 Решите самостоятельно (обозначьте сторону сечения через x)

№ 529

Дано: цилиндр, ABCD сечение // оси цилиндра,

$R = 5$ см, $H = 8$ см, d – Расстояние от оси до сечения = 3 см

Найти: S (сечения) - ?



Решение (внесите буквенные обозначения на чертеж, согласно ходу решения)

1. Рассмотрим $\triangle ДКО$: КО – расстояние от оси цилиндра до плоскости сечения, $R = ДО = 5$ см, $КО = 3$ см, угол $K = 90^\circ$, значит по теореме Пифагора $ДК^2 =$
.....

2. $\triangle ДОС$ равнобедренный, т.к. $ДО = ОС = R$, ОК – высота, значит, и медиана, поэтому $ДС = 2ДК =$

3. $S =$ (площадь прямоугольника)

Ответ: _____

№530 Ход решения:

1. Зная, что сечение цилиндра квадрат, определим сторону ДС.....

2. $ДК = \frac{1}{2} ДС =$ 3. Рассмотрим $\triangle ДКО$: $ДК =$, $ДО = R =$...

по теореме Пифагора:

Ответ: _____

№ 531 Ход решения:

1. Сечение цилиндра плоскостью // оси цилиндра – прямоугольник, площадь которого по условию $= 240 \text{ см}^2$, высота $= 10 \text{ см}$ является одной из его сторон, значит, чтобы найти другую сторону, надо S/ H ,

2. дальше ход решения совпадает с предыдущей задачей

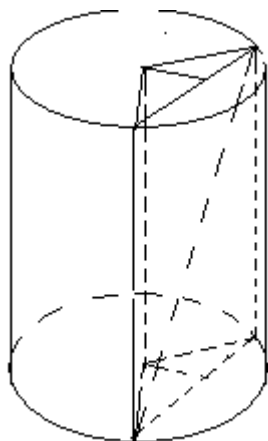
3.

Ответ: _____

№527

Дано: цилиндр, АВ – отрезок, концы которого, лежат на разных основаниях цилиндра, АВ=13 дм, расстояние от отрезка АВ до оси цилиндра = 8дм, R=10дм

Найти: высоту цилиндра



Решение:

1. Обозначьте на чертеже все данные по условию величины, определите, каким отрезком выявится расстояние от оси цилиндра до отрезка АВ.

2. Рассмотрите прямоугольный треугольник, в котором $OB=R= 10\text{дм}$,

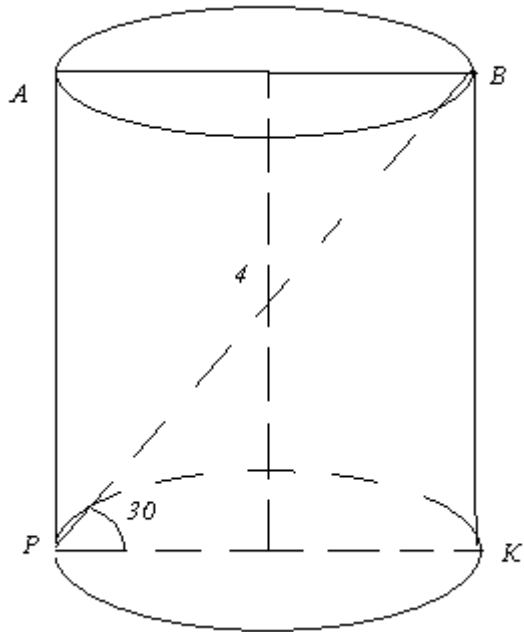
$OK= 8\text{дм}$, найдем BK^2 по теореме Пифагора.....

3. $ВД = 2OK$

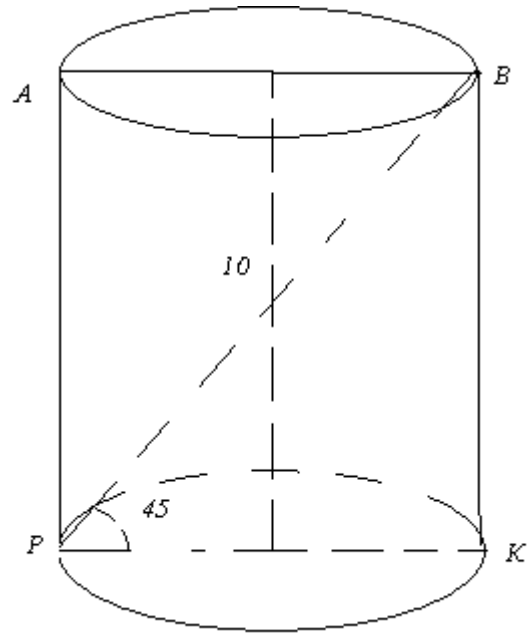
4. $h^2 = \dots$

Ответ: _____

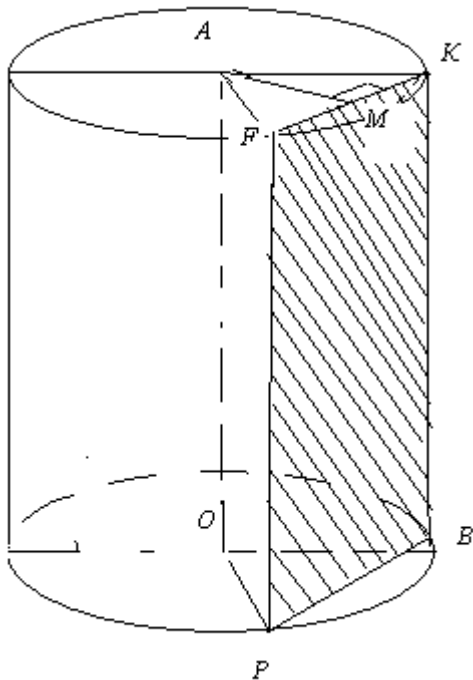
ПРОВЕРКА УСВОЕНИЯ МАТЕРИАЛА (решение задач по готовым чертежам)



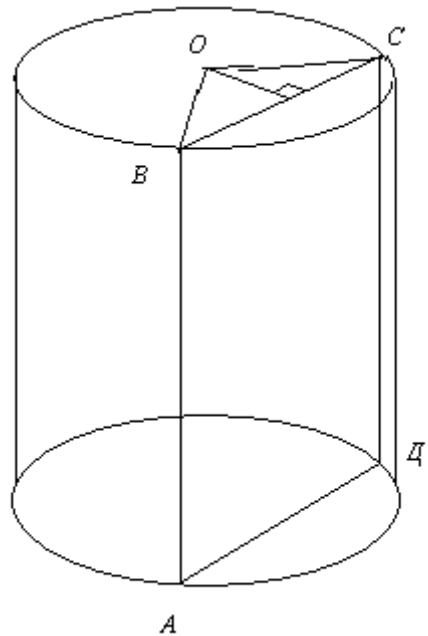
Найти высоту и радиус основания



Найти высоту и S основания



**Длина образующей цилиндра 10, $R_0=5$
 $AM=4$, Найти площадь сечения $РПКВ$**



**$ABCD$ – квадрат, $S(ABCD)=64, R_0=5$
 Найти: OM**

Тема №3: Конус

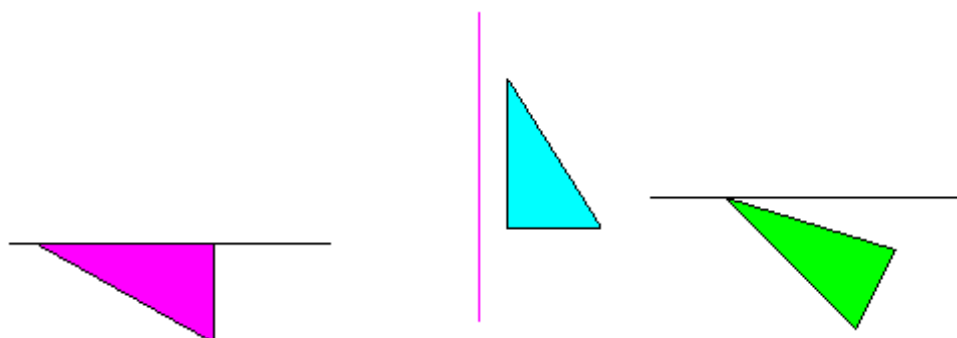
Прямой круговой конус от греческого «konos» означает «сосновая шишка»

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА С УЧЕБНИКОМ

1. Выпишите определение конуса (стр.130)
2. Сделайте чертеж конуса рис.142 и обозначьте все элементы (вершина, ось, образующая, высота, основание, боковая поверхность)
3. Сделайте рис. 144. Выделите на нем осевое сечение конуса.
4. Какой фигурой является осевое сечение?
5. Каким элементом конуса является высота осевого сечения?
6. Каким элементом конуса является основание конуса?
7. Каким элементом конуса являются боковые стороны осевого сечения?
8. Постройте сечение конуса плоскостью параллельной его основанию. Как называется это сечение?

ВОПРОСЫ ДЛЯ ОБСУЖДЕНИЯ В ПАРАХ:

1. Конус катится по плоскости так, что его вершина остается неподвижной. Как называется фигура, полученная при этом. Каким элементом в этой фигуре является вершина конуса.
2. Может ли осевым сечением конуса быть прямоугольный треугольник?
3. Может ли в сечении конуса получиться равнобедренный треугольник отличный от осевого сечения?
4. Нарисуйте фигуру, полученную при вращении данной:



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ГОТОВЫМ ЧЕРТЕЖАМ

$SO = 16, SK = 4$
 Найти площадь сечения проходящего через точку К

Найти SO и OB

Найти длину образующей SB

Угол при вершине конуса равен 90°
 Длина образующей 8
 Найти радиус основания

РЕШИТЕ ЗАДАНИЯ И ОБСУДИТЕ РЕШЕНИЯ В МАЛЫХ ГРУППАХ

№ 547 решите самостоятельно

№548

Ход решения:

а)

1. Зная длину образующей, найдите катет, лежащий напротив угла в 30° , тем самым вы найдете высоту конуса.

2. По теореме Пифагора найдите второй катет, который является радиусом конуса

3. Найдите площадь основания конуса по формуле $S = \pi R^2$

б) 1. Рассмотреть прямоугольный треугольник с острым углом в 45° и обозначить его катеты через « x », решить уравнение по теореме Пифагора: $x^2 + x^2 = 12^2$

2. $R = x^2 = \dots?$

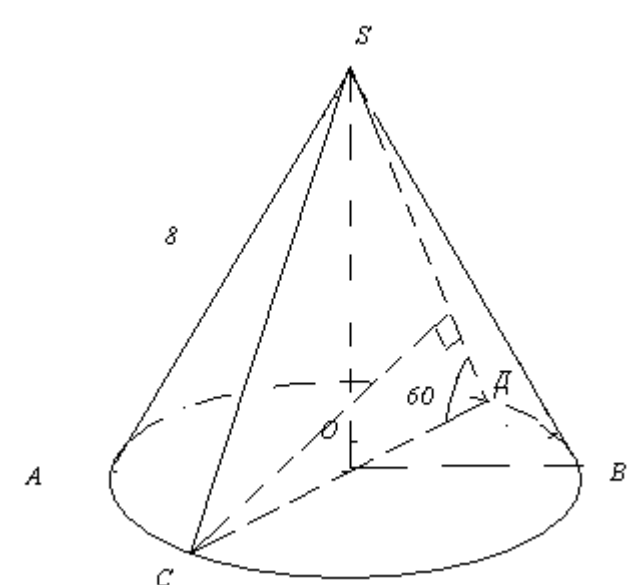
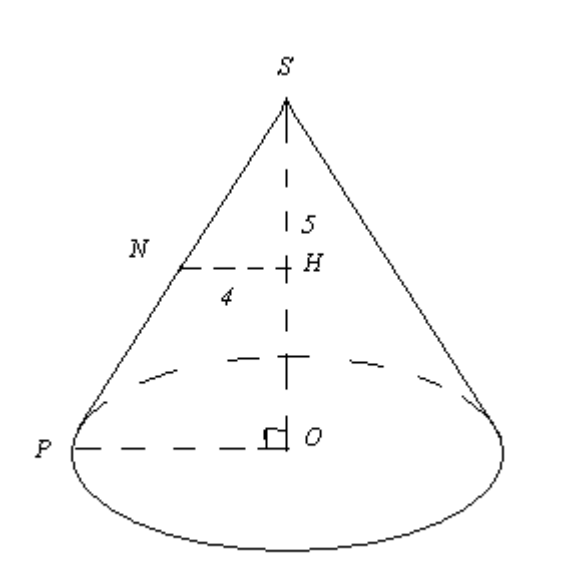
3. $S = \pi R^2 = \dots?$ Ответ: _____

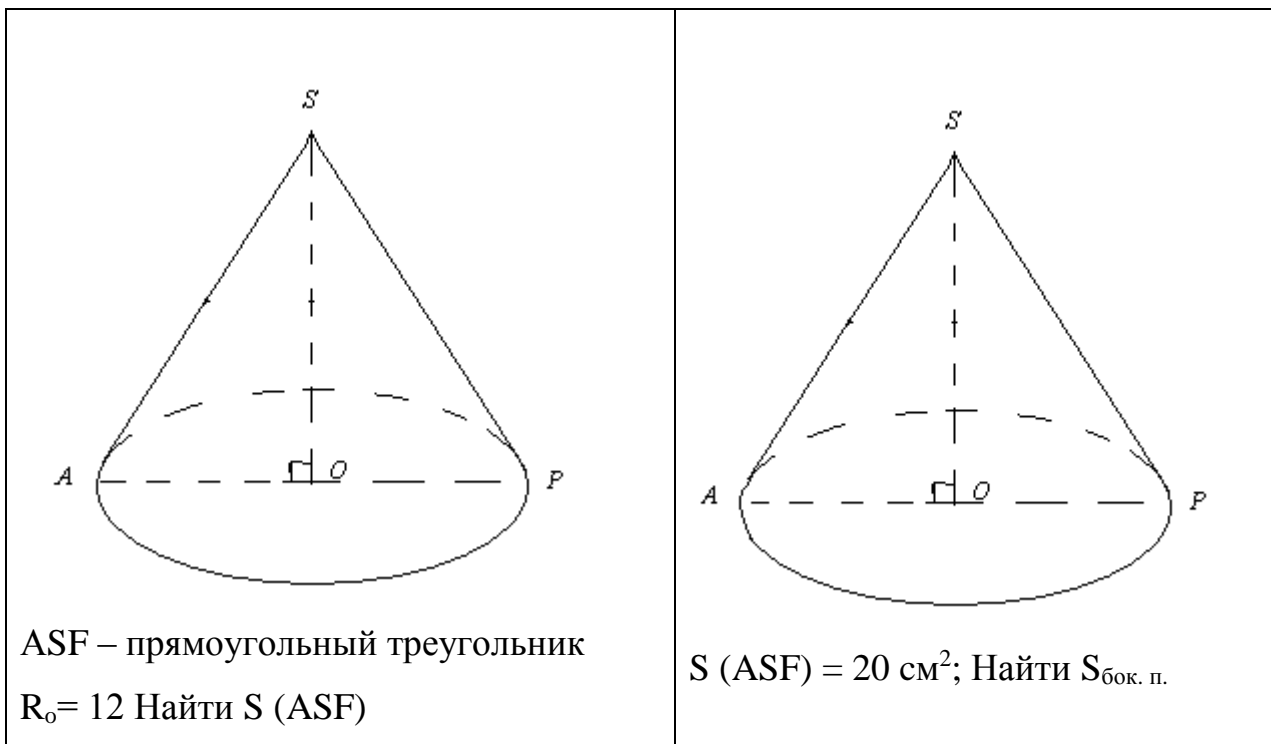
в) решите самостоятельно

Тема №4: Площади боковой и полной поверхности конуса

Ход урока

1. Актуализация знаний

 <p>СД= 6; Найдите $S_{\text{бок. п.}}$ - ?</p>	 <p>SO=15; Найдите $S_{\text{бок. п.}}$ - ?</p>
--	---



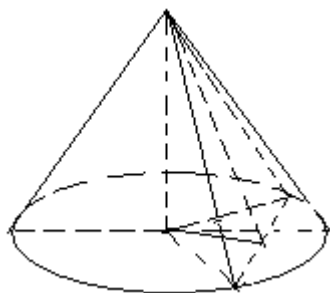
2. Самостоятельная работа (работа в тетрадях)

- 2.1. Что принимают за боковую поверхность конуса?
- 2.2. Как найти боковую поверхность конуса?
- 2.3. Что понимают под полной поверхностью конуса?
- 2.4. Запишите формулу нахождения полной поверхности конуса
(проведите обсуждение в парах)

3. Решение задач

Высота прямого кругового конуса равна радиусу основания = 8 см. Через его вершину проведена плоскость сечения, отсекающая дугу = 60° . Найдите площади сечения.

Перепишите решение задачи в тетрадь, дополнив его там, где необходимо.



Дано: прямой круговой конус, $R=8\text{см}$, $H = \dots$, $\angle AOB = 60^\circ$ - ?

Найти: ?

Решение:

1. АЕВ – сечение, где АЕ и ВЕ – образующие, АВ – хорда.

2. АВ стягивает дугу = R, значит, АВ – сторона правильного шестиугольника, отсюда ОАВ – правильный, ОА=АВ=ОВ.

ОС – высота и медиана. $OC^2 = 8^2 - 4^2$, $OC^2 = \dots?$, $OC = ?$

3. Рассмотрим $\triangle OCE$:

$$EC^2 = EO^2 + CO^2$$

$$EC^2 = \dots + \dots, EC^2 = ?$$

4. Найдем площадь сечения АВЕ по формуле $S = \frac{1}{2} a h$

$$S = \frac{1}{2} AB CE = \dots?$$

Ответ: _____

№549(а) рисунок к задаче сделать самостоятельно

Дано: _____

Найти: _____

Решение: 1) т.к. $S_{\text{сеч}} = \frac{1}{2} S_{\text{осн}}$, то $S_{\text{сеч}} / S_{\text{осн}} = \frac{1}{2}$, $\Pi r^2 / \Pi R^2 = \frac{1}{2}$, $r^2 / R^2 = \frac{1}{2}$

2) из подобия треугольников следует $\frac{x^2}{8^2} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{2}$, отсюда $2x^2=64$, $x^2=32$,

$x=4\sqrt{2}$, где x – расстояние от вершины конуса до сечения

Ответ: _____

Задача, решаемая в группах (решение рассмотреть совместно)

Два конуса имеют общую ось и расположены один внутри другого так, что расстояние между их вершинами равно 2 см. Найдите площадь поверхности фигуры, ограниченной поверхностями конусов, если высота и диаметр внешнего конуса соответственно равны 7 см и 14 см. а диаметр внутреннего – 10см.

Распределить обязанности в группах так, чтобы каждый имел свое поручение. Например, 1- отвечает за выделение из условия задачи, что дано и что надо доказать, 2- отвечает за чертеж, 3 - за ответ по ходу решения задачи, 4 –

записывает решение задачи на доске, 5 - проверяет правильность решения. 6 – готовится к ответу на вопросы которые задаются по решению учащимися других групп и т.д., 7- руководит деятельностью всей группы и координирует ее работу – командир.

Тема №5: Шар и сфера. Сечения. Касательная плоскость к сфере и шару

Учебный материал 5

Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящегося на расстоянии не большем данного от заданной точки. Эта точка называется **центром шара**, а данное расстояние – **радиусом шара**.

Граница шара называется **шаровой поверхностью** или **сферой**. Таким образом, точками сфера называются все точки шара, которые удалены от центра на расстояние, равное радиусу. Любой отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется **диаметром**. Концы диаметра называются **диаметрально противоположными точками шара**.

Шар так же, как цилиндр и конус, является телом вращения. Он получен вращением полукруга вокруг его диаметра.

Теорема. Всякое сечение шара плоскостью есть круг. Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА УЧЕБНЫМ МАТЕРИАЛОМ И УЧЕБНИКОМ

1. Сделайте чертеж шара и обозначьте на нем: центр шара, радиус, диаметр, диаметрально противоположные точки
2. Постройте сферу и укажите точку, являющуюся ее центром.
3. Постройте радиус сферы и обозначьте его.
4. Проведите и обозначьте диаметр сферы и выпишите его определение.
5. Как называется фигура, полученная при вращении полукруга вокруг его диаметра?
6. Определите взаимное расположение сферы и плоскости, если

- расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса (выполнить рисунок)
- расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу (выполнить рисунок)
- расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса (выполнить рисунок)

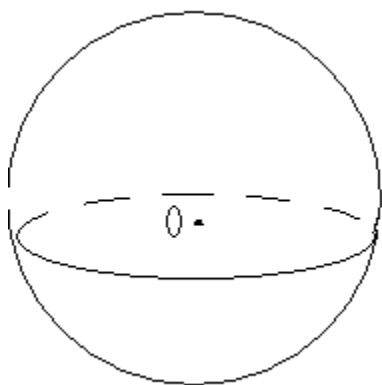
7. Какая плоскость называется касательной плоскостью к сфере? (п.61, стр.132)

8. Как называется их общая точка?

9. Выпишите формулировку теоремы о свойстве касательной плоскости.

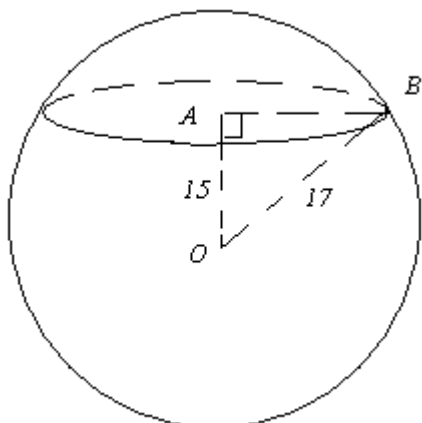
10. Выпишите теорему обратную к ней.

11. Выполните задания, используя данный рисунок.

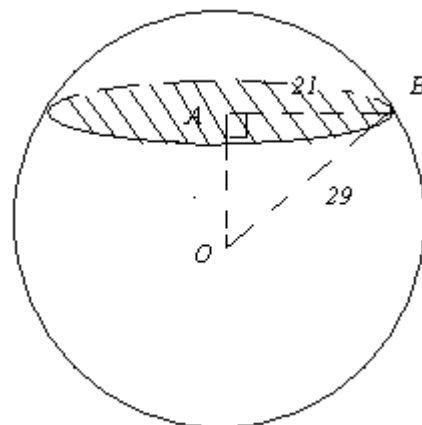


- Постройте плоскость, касательную к сфере, изображенной на рисунке. Обозначьте и укажите точку касания.
- Проведите и обозначьте на рисунке радиус сферы, проведенный в точку касания.
- Укажите взаимное расположение плоскости касания и радиуса, проведенного в точку касания
- Сколько общих точек касания имеют касательная плоскость и сфера?

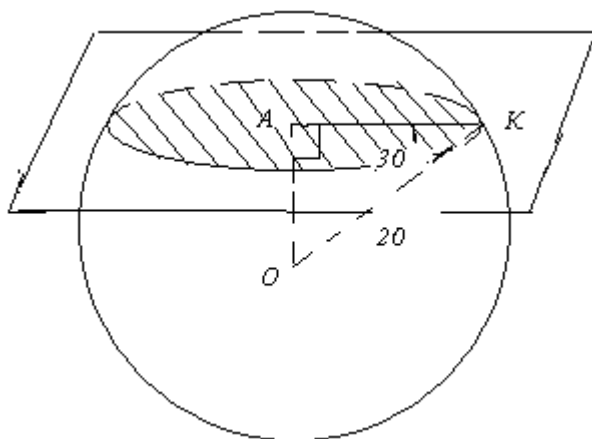
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ГОТОВОМУ ЧЕРТЕЖУ (по группам)



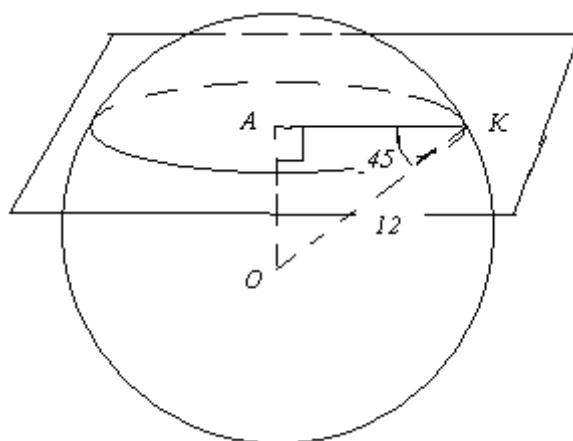
Найти площадь сечения, проходящего через точку А



Найти расстояние от центра шара до плоскости сечения



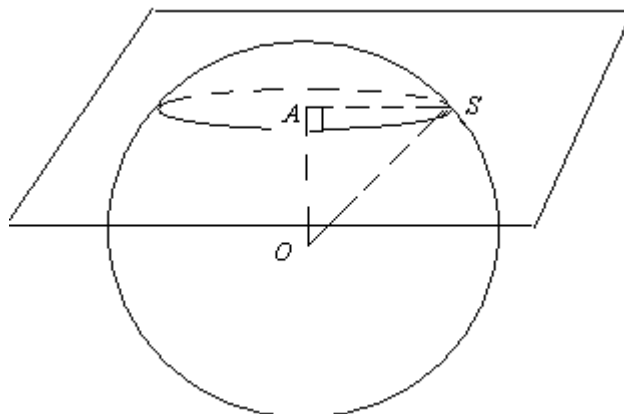
Найти площадь сечения проходящего через точку А



Найти расстояние от центра шара до плоскости сечения

Решите задачи по учебнику, используя данные пояснения (стр.134)

№580 Дано: шар, $R=.$?, $AO = 9\text{см}$ Найти: $S_{\text{сеч}}$ - ?



Решение:

1. Рассмотрим $\triangle SOA$: $\angle A = \dots$, согласно тому, что $d < R$, $r^2 = \sqrt{R^2 - d^2}$

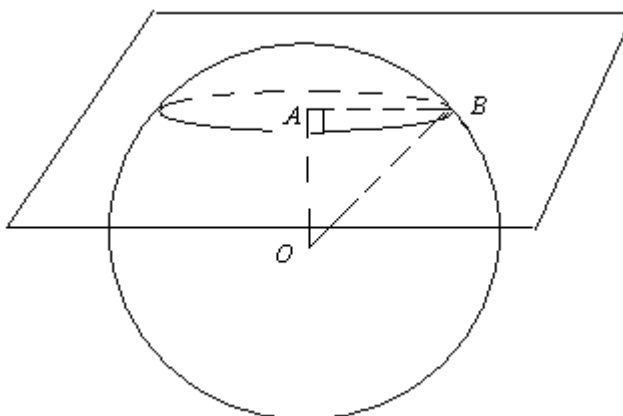
d – расстояние между центром шара и секущей плоскостью, итак,

$SA^2 = 41^2 - 9^2 = 1600$, $SA = 40\text{см}$, значит радиус сечения 40см .

2. Чтобы найти площадь сечения, сначала ответьте на вопрос: какую фигуру оно представляет? Затем подумайте, как найти площадь этой фигуры.....

Ответ: _____

№587 а) Дано: шар, который пересечен плоскостью, $R_{\text{ш.}} = 12\text{ см}$, $d = 8\text{см}$ (d – расстояние от центра шара до секущей плоскости) **Вычислить:** ?



Δ

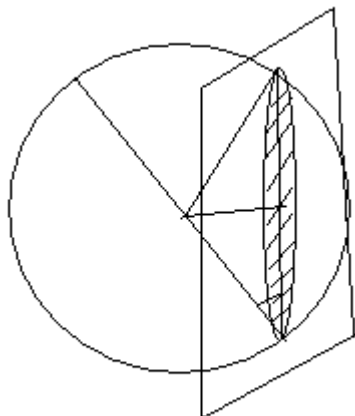
Решение: 1) Рассмотрим $\triangle OAB$ ($\angle A = 90^\circ$, $OA = \dots$, $OB = \dots$) по теореме Пифагора найдем O_1B :

2) $S_{\text{сеч}} = \pi R^2$, отсюда $S = \dots\dots\dots$

Ответ: _____

б) Решите самостоятельно

№ 589. Сделайте чертеж в тетради и обозначьте буквы на чертеже, запишите, что дано, и что надо найти



Решение

а)

1. Выпишите формулу нахождения длины окружности
2. Рассмотрите треугольник с острым углом в 30° , гипотенузой равной радиусу шара и найдите катет, лежащий напротив угла в 30°
3. Из этого же треугольника найдите другой катет
4. Подумайте, каким элементом для сечения шара заданной плоскостью является этот катет?
5. _____

Ответ: _____

б) решите самостоятельно

№592

Сделайте чертеж к задаче используя рисунок 155, стр.135

Решите задачу самостоятельно

№594

Ход решения:

1) $S = \pi R^2 \Rightarrow R^2 = S/\pi \Rightarrow R^2 = \dots\dots\dots$

2) $S_{\text{сф}} = 4\pi R^2 = \dots$

Ответ: _____

№595

1. $S_{\text{сф}} = 324 \text{ см}^2$; $R^2 = \dots$, $R = \dots$

№597

1. Используя условие, что $S_{\text{сф}} = S_{\text{кр}}$, а также, что $R_{\text{сф}} = 5\text{м}$ найдите сначала R^2

2. Отсюда найдите R

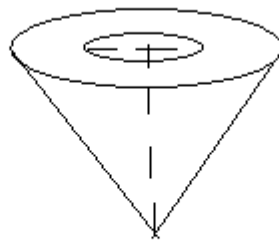
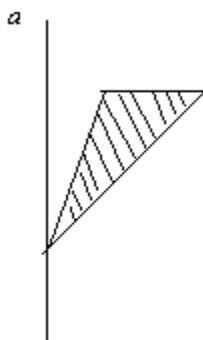
Ответ: _____

Тема № 6. Объемы цилиндра и конуса.

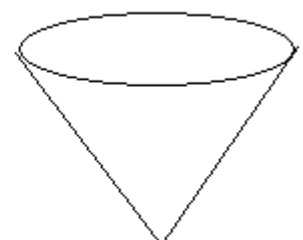
Устные задания.

1. Мысленно вращая заданную фигуру, определите тело, которое при этом получится. Объясните, как найти его объем.

1.1

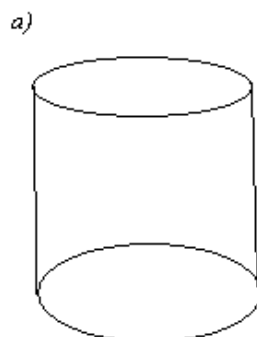
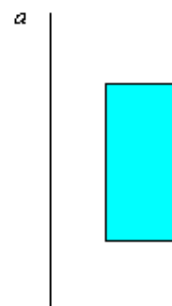


a)

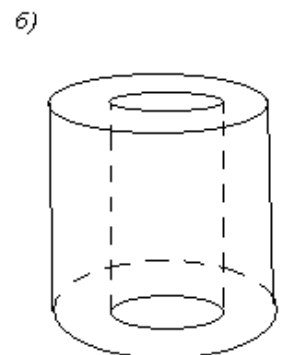


б)

1.2.

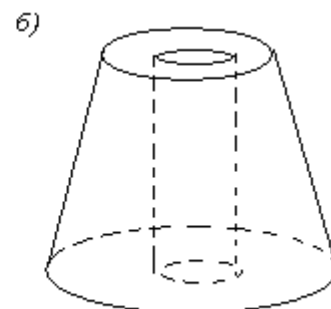
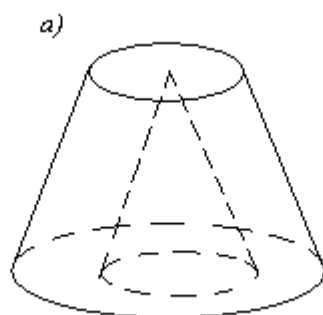
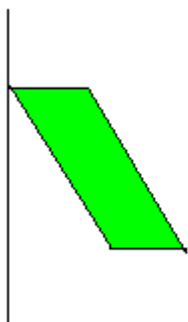


a)



б)

1.3.



Учебный материал

Теорема. Объем цилиндра с радиусом R и высотой H равен: $V = \pi R^2 H$

Теорема. Объем конуса одной трети произведения площади основания на

высоту: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

Решите задачи из учебника стр.

№ 667

а)

1. Запишите формулу нахождения объема цилиндра
2. Подставьте в формулу данные задачи
3. Запишите ответ

б)

1. Из формулы нахождения объема цилиндра найдите R ($R^2 = 3V / \pi H$)
2. Подставьте в нее данные
3. Запишите ответ

в) сделайте самостоятельно

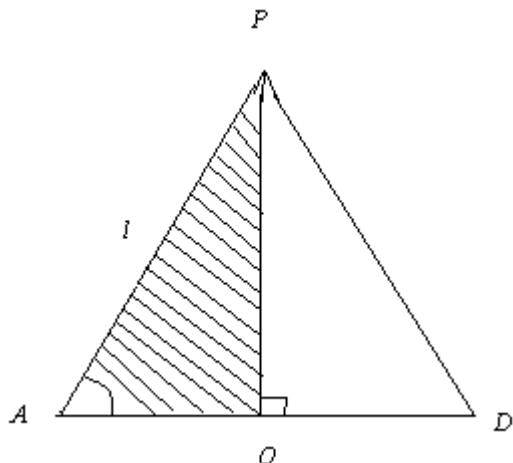
№668, 669, 670 – решаются по группам

Подсказка: воспользуйтесь при решении формулой: $\rho = m/V$

Рассмотрите решение задач:

1. Образующая конуса l составляет с плоскостью основания угол α . Найдите объем конуса

Решение:



1. Рассмотрим осевое сечение с высотой PO , т.к. угол PAO и есть угол α , то для нашего конуса из прямоугольного треугольника PAO получаем:

$$R = AO = l \cos \alpha, \quad H = PO = l \sin \alpha$$

$$2. V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi l^3 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \frac{1}{6} \pi l^3 \sin 2\alpha \cos \alpha$$

Решите эту задачу, если угол между образующей и основанием равен 30° , а длина образующей 6 м

2. Во сколько раз увеличить высоту цилиндра, не меняя основание, чтобы объем увеличился в n раз? Во сколько раз нужно увеличить радиус основания, не меняя высоты, чтобы объем увеличился в n раз?

Решение:

Пусть R и H радиус и высота цилиндра, если неизменно основание, т.е. его радиус R , то новая высота H_1 отыскивается из равенства $V_1 = n V$, т.е.

$$\pi R_1^2 H_1 = n \pi R^2 H, \text{ т.е. } R_1^2 = n R^2, \quad R_1 = R \sqrt{n}$$

Итак, высоту придется увеличить в n раз, а радиус – в \sqrt{n}

Попробуйте объяснить самостоятельно: как относятся объемы цилиндров с одинаковыми высотами?

Тема №7: Лабораторная работа «Тела вращения»

Цель: уметь строить развертки тел вращения и находить площади боковой, полной поверхности и объема данных тел

Оборудование: линейки, циркули, транспортир, листы бумаги, клей

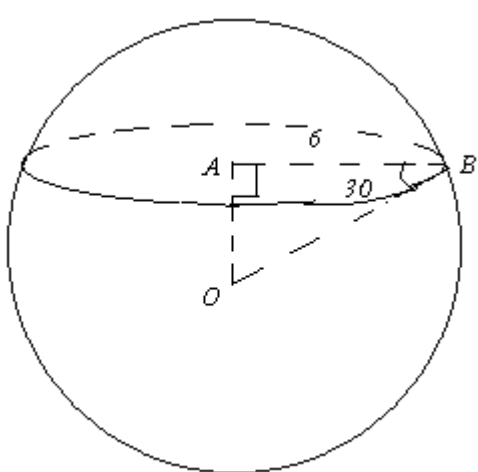
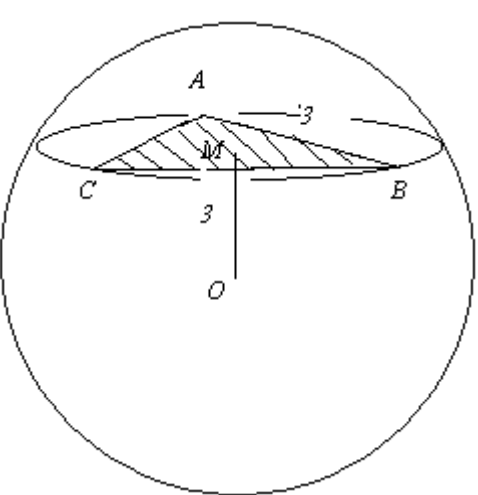
Ход работы:

1. Сделайте рисунок цилиндра или конуса
2. Задайте необходимые размеры для построения развертки
3. Постройте развертку
4. Вырежьте детали развертки с припуском для склеивания
5. Вычислите площадь боковой поверхности
6. Вычислите площадь полной поверхности
7. Вычислите объем
8. Запишите итог работы

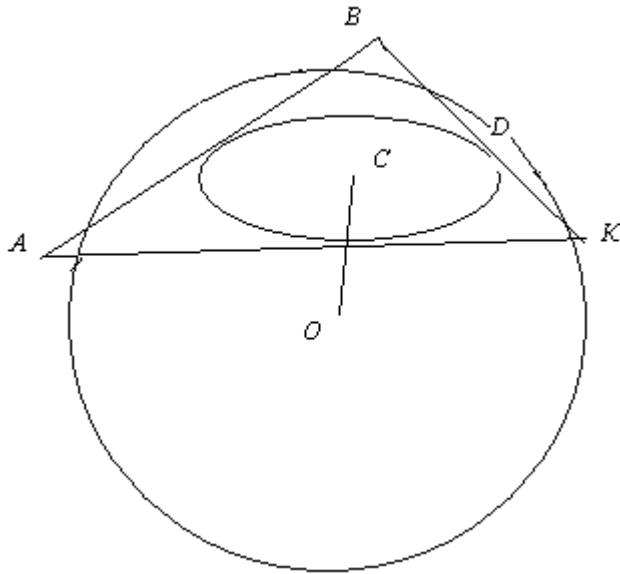
Тема №8 Объем шара

Актуализация знаний (устное решение задач по готовому чертежу)

Найти объем и площадь поверхности шара

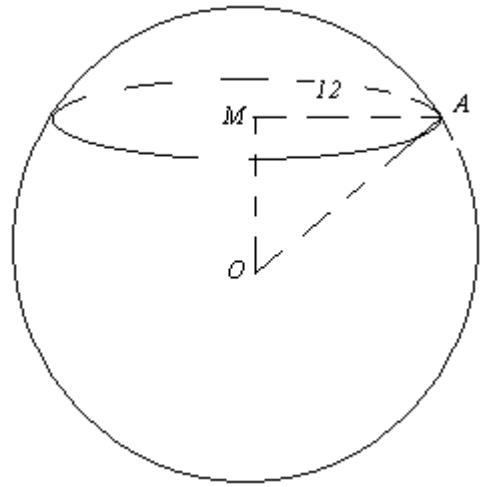
<p>1.)</p> 	<p>2.)</p>  <p>Дано: треугольник ABC – правильный $OM = 3$</p>
--	---

3)



$OC = 4, AB = AK = 10, BK = 12$

4)



$OM = 5$

Решите задачи из учебника № 710, 712

Математический диктант

- Радиус шара 1 м. Найти объем шара.
- Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 3 раза? в 4 раза?
- Объем шара равен 36π см³. Найдите его радиус
- Чугунные шары регулятора весят каждый по 10 кг. Найти диаметр каждого шара, если удельный вес чугуна 7,2

Блочная домашняя работа

Цилиндр

1. Радиус основания 2 м, высота 3 м. Найти площадь осевого сечения и объем цилиндра.
2. Высота цилиндра 6 см, радиус основания 5 см. Найти площадь сечения проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от нее.
3. Высота цилиндра 8 дм, радиус основания 5 дм. Цилиндр пересечен плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найти расстояние от этого сечения до оси.
- 4.(*). Диаметр основания цилиндра равен 1 м. Высота равна длине окружности основания. Найти боковую поверхность цилиндра.
5. Площадь осевого сечения цилиндра равна 15 м^2 . Найти боковую поверхность.
- 6.(*). Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4 см. Найти объем цилиндра.
7. Один цилиндр имеет высоту 2,4 м и диаметр основания 1 м, а другой – имеет высоту 1,2 м. Сравнить между собой объемы этих цилиндров

Конус

1. Радиус основания конуса 3 м, высота – 4 м. Найти полную поверхность конуса.
2. Высота конуса 20 см., а радиус его основания 25 см. Найти площадь осевого сечения
3. Конусообразная палатка высотой в 3,5 метра и с диаметром основания в 4 м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины пошло на палатку?
4. Боковая поверхность конуса 250 см^2 , диаметр основания 9 м. Найдите высоту конуса
- 5.(*). Боковая поверхность конуса равна 10 см^2 , развертка имеет угол в 36° . Определите полную поверхность.

- 6.(*). Площадь основания конуса 9π см², а полная 24π см². Найти объем конуса.
- 7.(*). Высота конуса равна 15 м, а объем 320π см². Определите полную поверхность.
8. Высота конуса 6 см, а боковая поверхность 24π см². Определите объем конуса.

Шар

- 1.(*). Шар, радиус которого равен 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм от центра. Определить площадь сечения.
2. Требуется перелить в один шар два чугунных шара с диаметрами 25 см и 35 см. Найти диаметр нового шара.
3. Нужно отлить свинцовый шар с диаметром в 3 см. Имеются свинцовые шарики в 5 мм. Сколько таких шариков нужно взять
4. Внешний диаметр полого шара 18 см, толщина стенок, 3 см. Найти объем стенок.
- 5.(*). Объем стенок полого шара равен 876π см³, а толщина стенок 3 см. Определите радиусы его поверхностей: наружной и внутренней.

Критерии оценки: на оценку «5» - необходимо решить любые 12 задач, причем 6 из них со (*), на «4»- любые 10 задач , из них 4 со (*).

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ

Окружность и круг

Площадь круга: $S = \pi R^2$

Длина окружности: $C = 2\pi R$

Части круга.

Принятые обозначения: l – длина дуги; α - радианная мера центрального угла; n° - градусная мера центрального угла

а) Сектор

$$l = \pi R^2 n^\circ / 180^\circ = \alpha R$$

$$S = \pi R^2 n^\circ / 360^\circ = \frac{1}{2} \alpha R^2$$

б) Сегмент

$$S = R^2/2 (\alpha - \sin \alpha)$$

Измерение углов, связанных с окружностью:

Величина центрального угла равна величине дуги, на которую он опирается.

Величина вписанного угла равна половине угловой величины дуги, на которую он опирается.

Вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 90° .

Величина угла, образованного касательной и хордой, имеющими общую точку на окружности, равна половине угловой величины дуги, заключенной между его сторонами.

Величина угла с вершиной внутри круга равна полусумме угловых величин дуг, заключенных между его сторонами и их продолжениями.

Величина угла с вершиной вне круга равна полуразности угловых величин большей и меньшей дуг, заключенных между его сторонами.

Свойства хорд, секущих и касательных.

Радиус, проведенный в точку касания касательной, перпендикулярен ей.

Отрезки касательных, проведенных из общей точки к окружности, равны.

Дуги, заключенные между параллельными хордами, равны.

Диаметр, перпендикулярный хорде, делит ее пополам.

Квадрат касательной, проведенной из данной точки к окружности, равен произведению секущей, проведенной из этой же точки, на ее внешнюю часть.

Произведение отрезков хорд, проходящих через данную точку внутри круга, есть величина постоянная.

Свойства линий в касающихся и пересекающихся окружностях.

Линия центров двух касающихся окружностей проходит через точку касания.

Расстояние между центрами двух касающихся окружностей равно сумме их радиусов (внешнее касание) или разности (внутреннее касание).

Общая внутренняя касательная двух окружностей, касающихся извне, перпендикулярна их линии центров.

Общая хорда двух пересекающихся окружностей перпендикулярна их линии центров и делится точкой их пересечения пополам

Необходимое и достаточное условие касания извне двух окружностей радиусов R и r : длина отрезка общей касательной, заключенной между точками касания с окружностями, равна $2\sqrt{Rr}$

Словарь терминов

Цилиндр	Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами
Высота цилиндра	Длина образующей называется высотой
Диаметр круга	Хорда, проходящая через центр
Образующая цилиндра, конуса	Образующие цилиндрической поверхности
Осевое сечение	Прямоугольник, две стороны которого являются образующими, а две другие- диаметры оснований
Хорда	Отрезок, соединяющий две точки окружности
Площадь боковой поверхности конуса	Площадь развертки
Касательная плоскость	Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку
Площадь полной поверхности цилиндра	Сумма площадей оснований и боковой поверхности
Радиус круга	Расстояние от центра круга до любой его точки
Конус	Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом.
Точка касания	Общая точка сферы и плоскости
Сфера	Поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенном на данном расстоянии от данной точки
Шар	Тело, ограниченное сферой

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ГЕОМЕТРИИ

Формулы	Обозначения
<p style="text-align: center;"><u>Треугольник</u></p> $S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$ $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $R = \frac{abc}{4S}$ $r = \frac{S}{p}$ $m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$	<p><i>S – площадь, a, b, c – стороны,</i> <i>h_a – высота, опущенная на сторону a,</i> <i>γ – угол между сторонами a и b,</i> <i>p = $\frac{1}{2}(a+b+c)$ – полупериметр,</i> <i>R – радиус описанной окружности,</i> <i>r – радиус вписанной окружности,</i> <i>m_a – медиана проведенная к стороне a,</i> <i>l_a – биссектриса угла γ</i></p>
<p style="text-align: center;"><u>Прямоугольный треугольник</u></p> $a^2 + b^2 = c^2$ <p style="text-align: center;">(теорема Пифагора)</p> $S = \frac{ab}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$ $R = \frac{c}{2}$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $m_c = \frac{c}{2}$ $h_c^2 = a_c \cdot b_c$ <p style="text-align: center;">(свойство высоты)</p> $b^2 = b_c \cdot c$ <p style="text-align: center;">(свойство катетов)</p>	<p><i>a, b – катеты, c – гипотенуза,</i> <i>S – площадь, R – радиус вписанной</i> <i>окружности, m_c – медиана, проведен-</i> <i>ная к гипотенузе, h_c – высота,</i> <i>опущенная на гипотенузу,</i> <i>a_c и b_c – проекции катетов на гипоте-</i> <i>нузу</i></p>
<p style="text-align: center;"><u>Равносторонний треугольник</u></p> $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$ $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$	<p><i>S – площадь, a – сторона, R – радиус</i> <i>описанной окружности, r – радиус впи-</i> <i>санной окружности</i></p>

Формулы	Обозначения
<p><u>Параллелограмм</u> $S = a \cdot h_a = b \cdot h_b = ab \sin \gamma$ $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$</p> <p><u>Ромб</u> $S = a^2 \sin \gamma = \frac{1}{2} d_1 d_2$ $r = \frac{1}{2} a \sin \gamma$</p> <p><u>Прямоугольник</u> $S = ab$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$</p> <p><u>Трапеция</u> $S = \frac{a+b}{2} h$</p> <p><u>Квадрат</u> $S = a^2$</p>	<p>S – площадь, a, b – стороны, γ - угол d_1 и d_2 – диагонали, h_c и h_b - высоты, опущенные на стороны a и b соответственно</p> <p>S – площадь, a – сторона, γ - угол, d_1 и d_2 – диагонали, r-радиус вписанной окружности</p> <p>S – площадь, a, b – стороны, d – диагональ, R – радиус описанной окружности</p> <p>S – площадь, a, b – основания, h – высота, l – средняя линия</p>
<p><u>Правильные многоугольники</u></p> $S = \frac{1}{2} P r = \frac{1}{2} R^2 n \sin \frac{360^\circ}{n}$ $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$	<p>S – площадь правильного n-угольника, P – периметр, r – радиус вписанной окружности, R – радиус описанной окружности, a_n - сторона</p>
<p><u>Окружность и круг</u></p> $S = \pi R^2$ $L = 2\pi R$ $l = R\alpha = \frac{\pi R}{360^\circ} \alpha^\circ$ $S_{\text{сеч}} = \frac{R^2 \alpha}{2} = \frac{\pi R^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$	<p>S – площадь круга, R – радиус окружности, L – длина окружности, l – длина дуги в α радиан (α° градусов), $S_{\text{сеч}}$ – площадь сектора с центральным углом в α радиан (α° градусов)</p>

ПИФАГОРОВЫ ТРОЙКИ

a	b	c	a	b	c
3	4	5	16	63	65
5	12	13	33	56	65
8	15	17	48	55	73
7	24	25	28	45	53
20	21	29	11	60	61
12	35	37	13	84	85
9	40	41	20	99	102