

В.М. Мамаева

МОДУЛЬ ПО ТЕМЕ:

«Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Книга для преподавателя



Модуль «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

СПЕЦИФИКАЦИЯ

Цели обучения: по завершению изучения данного модуля учащийся сможет решать задачи, используя определения и теоремы о перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве.

Учащийся в процессе освоения модуля будет работать над развитием ключевых компетенций в общении (развивать внимание, память, изобретательность, умение слушать, анализировать, сопоставлять)

Продолжительность обучения: 20 часов

Требования к обучающимся: основное образование

Результаты:

Результат 1. Распознавать перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве, используя определения и теоремы.

Критерии оценки результата:

- а) определения перпендикулярных прямых и плоскостей даны верно;
- б) перпендикулярные прямые и плоскости указаны верно;
- в) теоремы при распознавании перпендикулярности прямых и плоскостей использованы верно.

Требования к процедуре оценки:

Письменное или устное подтверждение того, что учащийся может распознавать перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве, используя определения и теоремы. Устное подтверждение критерия а) или решение задачи, с опорой на данное определение

Обязательное выполнение всех критериев от а) до в).

Содержание: перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве

Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

Критерии оценки результата:

- а) перпендикуляр, наклонная, проекция наклонной изображены верно;

- б) расстояние от точки до прямой изображено верно;
- в) расстояние между скрещивающимися прямыми изображено верно;
- г) расстояние между плоскостями изображено верно;
- д) угол между прямой и плоскостью изображен верно;
- е) угол между плоскостями изображен верно.

Требования к процедуре оценки:

Письменное или устное подтверждение того, что учащийся может изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями.

Обязательное выполнение всех критериев от а) до ж).

Содержание: перпендикуляр, наклонная, проекция наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние между плоскостями, угол между прямой и плоскостью, расстояние между скрещивающимися прямыми, углы между плоскостями.

Результат. 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве.

Критерии оценки результата:

- а) рисунок к задаче выполнен верно;
- б) условие задачи записано верно;
- в) ход задачи найден верно;
- г) определения и теоремы применены в соответствии с условием задачи;
- д) ответ получен правильный.

Требования к процедуре оценки:

Практическое подтверждение того, что учащийся может решать задачи на вычисление, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве. Обязательное выполнение всех критериев от а) до д).

Содержание: перпендикуляр, наклонная, проекция наклонной, расстояние между плоскостями, угол между прямой и плоскостью, углы между плоскостями, расстояние между скрещивающимися прямыми

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Модуль «**Перпендикулярность прямых и плоскостей**» может быть использован для студентов обучающихся по любым профессиям СПО, а также для учащихся общеобразовательных школ.

Для успешного усвоения модуля учащиеся должны иметь основное образование.

После изучения данного модуля учащиеся смогут решать задачи на. Модуль рассчитан на 20 часов.

При продвижении по модулю учащиеся будут учиться:

- Распознавать перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве, используя определения и теоремы
- Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями
- Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

. В рамках модуля будут рассмотрены следующие понятия: перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве, перпендикуляр, наклонная, проекция наклонной, расстояние между плоскостями, углы между прямой и плоскостью.

Модуль ориентирован на учебное пособие: Геометрия 10-11: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутозов, С.Б. Кадомцев и др

В качестве наглядных пособий следует использовать, прежде всего, различные модели, изготовленные самими учащимися.

Сегодня каждый учитель, применяя принцип наглядности, исходит из скудного запаса средств – таблицы, средства ТСО, модели. Такое использование наглядного материала пассивно, созерцательно. Эффективность обучения зависит от правильного выбора средств наглядности. Таким средством при изучении стереометрии – является, оригами.

Применение оригами на уроках стереометрии оживляет и заметно облегчает освоение целого семейства абстрактных и потому не каждому доступных для освоения геометрических понятий, убеждает в правильности классических утверждений и побуждает к дальнейшим исследованиям.

Изготовив модель «шесть бомбочек», учащиеся изучают понятия:

- а.) расположения прямых и плоскостей в пространстве;
- б.) двухгранные и трехгранные углы;
- в.) перпендикуляр и наклонная;
- г.) теорема о трех перпендикулярах.

Для составления заданий, с применением оригами, использованы учебные пособия:

- 1) Оригами. Конструктор многогранников. С.Н. Белим, С.В. Белим
- 2) Кусудамы – волшебные шары.

Данный модуль, кроме того, направлен на развитие следующих ключевых компетенций в общении:

- а) умение понимать в полном объеме содержание информации, представленной в письменной форме (выделять главное, сопоставлять, анализировать)
- б) умение передавать информацию в письменной форме (излагать решение логично, последовательно, применяя рациональные способы решения, грамотно и аккуратно оформлять записи в тетради)
- в) умение воспринимать информацию, выраженную в устной форме (выделять главную мысль, перечислять основные положения сказанного)
- г) умение передавать информацию в устной форме и отвечать на вопросы (выражаться четко, последовательно; строить ответы в соответствии с вопросами слушателей; строить свое выступление доступно и грамотно)
- д) проводить самооценку своей работы на уроке.

Реализация ключевых компетенций осуществляется через методы коллективного взаимодействия – работа в малых группах, парах, а также индивидуализацию обучения, возможностей каждому выбрать свой темп работы, наверстывать пропущенное, идти вперед, зная все критерии оценивания.

Для того чтобы успешно научиться решать задачи, предусмотрено устное решение задач по готовому чертежу. Данная методика позволяет выделить опорные задачи и с помощью них отработать способ нахождения неизвестных величин, а также сосредоточить внимание учащихся на планиметрическом материале из курса основной школы, который особенно необходим при решении задач.

Для успешного усвоения материала используются игровые технологии. В содержание урока включаются занимательные задачи, направленные на активизацию мыслительной деятельности учащихся и развитие пространственных представлений учащихся, а также материал, содержащий применение в жизни полученных знаний.

Для отслеживания достижений учащихся модуль содержит оценочные материалы по каждому результату. Их выполнение значимо для достижения компетентности.

Оценочный материал по результату 1 и 2 рассчитан на один урок и представляет собой контрольную работу, состоящую из 4 заданий. Для подтверждения компетентности необходимо правильное выполнение первых трех заданий.

Оценочный материал по результату 3 рассчитан на 1 академический час и представляет собой контрольную работу, состоящую из пяти задач. Для подтверждения компетентности обязательно правильное выполнение двух задач без превышения лимита времени.

**Сводный тематический план для модуля:
«Перпендикулярность прямых и плоскостей» (20 час)**

№ п.п.	Содержание	Кол-во часов	Вид контроля	
<p>Результат 1. Распознавать перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве, используя определения и теоремы. . Критерии оценки результата: а) определения перпендикулярных прямых и плоскостей даны верно; б) перпендикулярные прямые и плоскости указаны верно; в) теоремы при распознавании перпендикулярности прямых и плоскостей использованы верно.</p>				
1-2	Перпендикулярные прямые в пространстве	2	тест	
3-4	Перпендикулярность прямой и плоскости	2	тест	
<p>Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние между плоскостями и углы между прямой и плоскостью и плоскостями. Критерии оценки результата: а) перпендикуляр, наклонная, проекция наклонной изображены верно; б) расстояние от точки до прямой изображено верно; в) расстояние между скрещивающимися прямыми изображено верно; г) расстояние между плоскостями изображено верно; д) угол между прямой и плоскостью изображен верно; е) угол между плоскостями изображен верно</p> <p>Результат. 3. Решать задачи на вычисление, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве. Критерии оценки результата: а) рисунок к задаче выполнен верно; б) условие задачи записано верно; в) ход задачи найден верно; г) определения и теоремы применены в соответствии с условием задачи; д) ответ получен правильный.</p>				
5-6	Перпендикуляр и наклонные	2	Решение задач по гот. черт	
7-8	Перпендикуляр и наклонные. Решение задач	2	Решение задач по гот. черт	
9-10	Теорема о трех перпендикулярах	2	тест	
11-12	Угол между прямой и плоскостью	2	Решение задач по гот. черт	
13-14	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей	2	Решение задач по гот. черт	
15-16	Расстояние между скрещивающимися прямыми	2	тест	
17-18	Прямоугольный параллелепипед.	2	собеседование	
19-20	Оценка результатов по модулю	2	Контрольная работа	

Результат 1. Распознавать перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве, используя определения и теоремы.

Тема № 1. Перпендикулярные прямые в пространстве (уроки № 1-2)

Ход урока:

1.) Мотивация учащихся. Актуализация знаний

Вопросы учащимся:

1. Какие прямые называются перпендикулярными?
2. Смоделируйте в пространстве 2 взаимно – перпендикулярные прямые, которые пересекаются и скрещиваются.
3. Объясните, как разрезать торт на 8 частей 3 разрезами? (наглядное представление о пересекающихся перпендикулярных прямых и скрещивающихся)

2. Самостоятельная работа учащихся с учебным материалом №1

3.) Проверка степени усвоения материала:

ВЫБЕРИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ:

1. Две прямые в пространстве, угол между которыми равен 90°

А. параллельные

В. Перпендикулярные

С. пересекающиеся

ДОПОЛНИТЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

2. «Прямая называется к плоскости, если она ... к любой прямой лежащей в данной плоскости» (**перпендикулярной, перпендикулярна**)

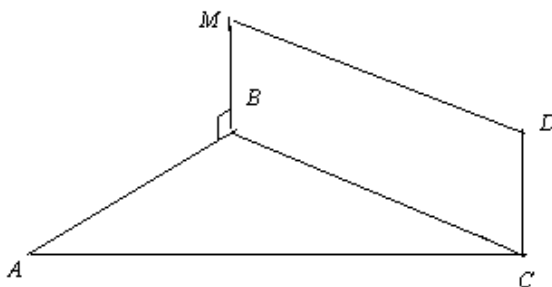
ЗАКОНЧИ ПРЕДЛОЖЕНИЕ:

3. «Если $a \parallel b$ и $a \perp c \Rightarrow \dots$ » (**$b \perp c$**)

4. «Если $a, b \perp \alpha \Rightarrow \dots$ » (**$a \parallel b$**)

ДОКАЖИТЕ:

5. что $CD \perp AB$, если $MBDC$ – прямоугольник и $MB \perp AB$



Решение: $CD \parallel MB, MB \perp AB \Rightarrow CD \perp AB$

5) Рефлексия учебной деятельности

Результат 1. Распознавать перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве, используя определения и теоремы.

Тема № 2. Перпендикулярность прямой и плоскости (уроки № 3 - 4)

Ход урока:

1.) Мотивация учащихся.

На улице падает снег. Скоро наступит Новый год. Мы принесем домой елку. Как ее будем устанавливать?

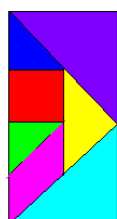
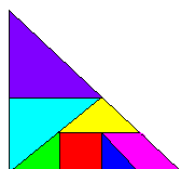
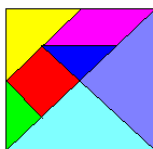
2) Самостоятельная работа с учебным материалом

3) Фронтальная работа с группой:

Отметьте верные утверждения:

- Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости (да)
- Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна любой прямой, параллельной этой плоскости (да)
- Прямая, перпендикулярная каким-нибудь двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости (нет)
- Прямая, пересекающая круг в центре и перпендикулярная его диаметру, перпендикулярна плоскости круга (да)
- Прямая, пересекающая круг в центре и перпендикулярная двум его радиусам, перпендикулярна плоскости круга (да)
- Прямая, перпендикулярная двум непараллельным хордам круга, перпендикулярна его плоскости (да)

4) Игра – головоломка «Танграмм». Составить из тангов прямоугольный треугольник и прямоугольник



5) Устное решение задач по готовому чертежу (совместное обсуждение задач, их обоснование)

6) Решение задач по учебнику

7) Проверка степени усвоения материала

Эталоны ответов к тесту

I вариант

№	1.1	1.2	2.1.	2.2	3.1	3.2	3.3	3.4	4.1	4.2	4.3
Кол-во баллов	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3
Эталон ответа	В	А	В	А	В	А	А	В	А	А	В

II вариант

№	1.1	1.2	2.1.	2.2	3.1	3.2	3.3	3.4	4.1	4.2	4.3
Кол-во баллов	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3
Эталон ответа	С	В	В	А	В	В	А	А	А	А	В

Критерии оценивания: «5» - 16-20 бал

«3»- 12 бал

«4» - 14 бал

8) Рефлексия учебной деятельности

Пример анкеты самооценки

Группа _____

<i>Вопросы</i>	<i>Довольны</i>	<i>Удовлетворены</i>	<i>Разочарованы</i>	<i>Комментарии</i>
<i>Понятны ли были задания</i>				
<i>Довольны ли вы своими ответами</i>				
<i>Хватило ли вам времени на выполнение заданий</i>				
<i>Что можете предложить по Усовершенствованию урока</i>				

Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

Результат. 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

Тема № 3. Перпендикуляр и наклонные (уроки №5-6)

1) Мотивация учащихся. Актуализация знаний

Повторение материала по теме: «Прямоугольный треугольник»

2) Самостоятельная работа с учебным материалом №3

3) Ответы на вопросы для самоконтроля (работа в парах)

4) Практическая работа по группам. Учащимся предлагается собрать фигуру «Шесть бомбочек». На собранной модели показать: наклонные, их проекции и перпендикуляры.

5) Решение задач по готовому чертежу. Совместное обсуждение

Эталоны ответов.

Задача .1. $OK=6$, $OB^2 = (12-6)(12+6) = 6*18= 6*6*3$; **OB=6** $\sqrt{3}$

Задача .2. $AO^2 = (17 - 10)(17 + 10) = 7*9*3$; **AO= 3** $\sqrt{21}$
 $OB^2 = (20 - 10)(20 + 10) = 10*10*3$; **OB =10** $\sqrt{3}$

Задача .3. $AO = 6$; $OB=15$

Задача .4. $MO = 0,5*16 = 8$; $AO^2 = (16 - 8)(16 + 8) = 8*8*3$; $AO = 8\sqrt{3}$; $OB=16$

Задача .5. $100 - 4x^2 = 289 - 25x^2$; $21x^2 = 189$; $x^2 = 9$; $x = 3 \Rightarrow AO=2*3=6$;
 $BO=5*3=15$

Задача .6 $AO=3$; $BO = 13$

6) Проверка степени усвоения материала (20 мин)

Эталоны ответов

1 задание	2 задание	3 задание	4 задание	5 задание	6 задание
$OB=4\sqrt{6}$	$AO=16$; $OB=35$	$AO=20$; $BO=36$	$AO=20\sqrt{3}$; $OB=20$	$OM=9$	$AO=4$; $BO=14$

7) Рефлексия учебной деятельности

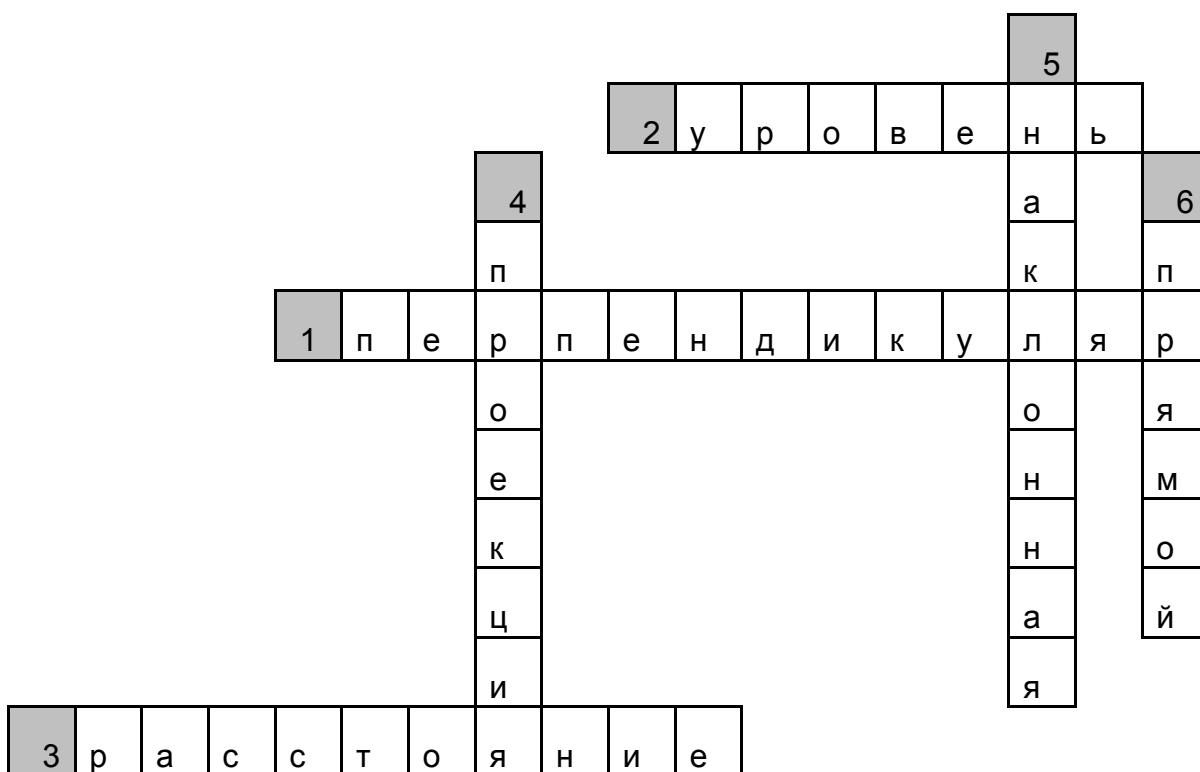
(заполнение листа самооценки по всем этапам урока)

Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

Результат. 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

**Тема № 4. Решение задач по теме: «Перпендикуляр и наклонные»
(уроки № 7-8)**

1) Мотивация учащихся. Актуализация знаний (разгадывание кроссворда)



2) Самостоятельная работа в парах по составлению и решению задач на основе данного рисунка (с последующей проверкой)

3.) Работа по группам.

Учащиеся разбиваются по группам (по собственному выбору)

1 группа – задача 1 (I уровень – на оценку «3»)

2 группа – задачи 1-3 (II уровень – на оценку «4»)

3 группа – задачи 1-4 (III уровень – «5»)

4.) Подведение итогов работы.

Эталоны ответов.

Задача 1. $x = 10\sqrt{3}$; $y = 8$

Задача 2. $x = 5\sqrt{10}$ Решение. Из $\triangle АКД$ ($\angle К = 90^\circ$): $КД = 12$; из $\triangle КВД$ ($\angle Д = 90^\circ$): $ВК = 13$, из $\triangle АКВ$ ($\angle К = 90^\circ$): $АВ = 5\sqrt{10}$

Задача 3. $x = 45^\circ$ Решение. $АВ = АС = 2\sqrt{2}$. Проведем $АД \perp ВС$. Из $\triangle АДС$ ($\angle Д = 90^\circ$); $\cos x = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, откуда $x = 45^\circ$

Задача 4. $x = 60^\circ$

Решение. Из $\triangle АА_1С$ ($\angle А_1 = 90^\circ$): $АА_1 = АС \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$, $А_1С = 5$.

Из $\triangle АВА_1$ ($\angle А_1 = 90^\circ$): $А_1В = \sqrt{АВ^2 - АА_1^2} = 8$.

Из $\triangle А_1ВС$ по теореме косинусов $\cos X = \frac{64 + 25 - 49}{2 \cdot 8 \cdot 5} = \frac{1}{2}$, $x = 60^\circ$.

5) Проверка степени усвоения материала (20 мин)

1) $x = 13$ 2) $x = 4$; $y = 4\sqrt{3}$ 3) $x = \frac{a}{\cos \alpha}$; $y = a \operatorname{tg} \alpha$; 4) 6; 5) 18

6) Рефлексия учебной деятельности

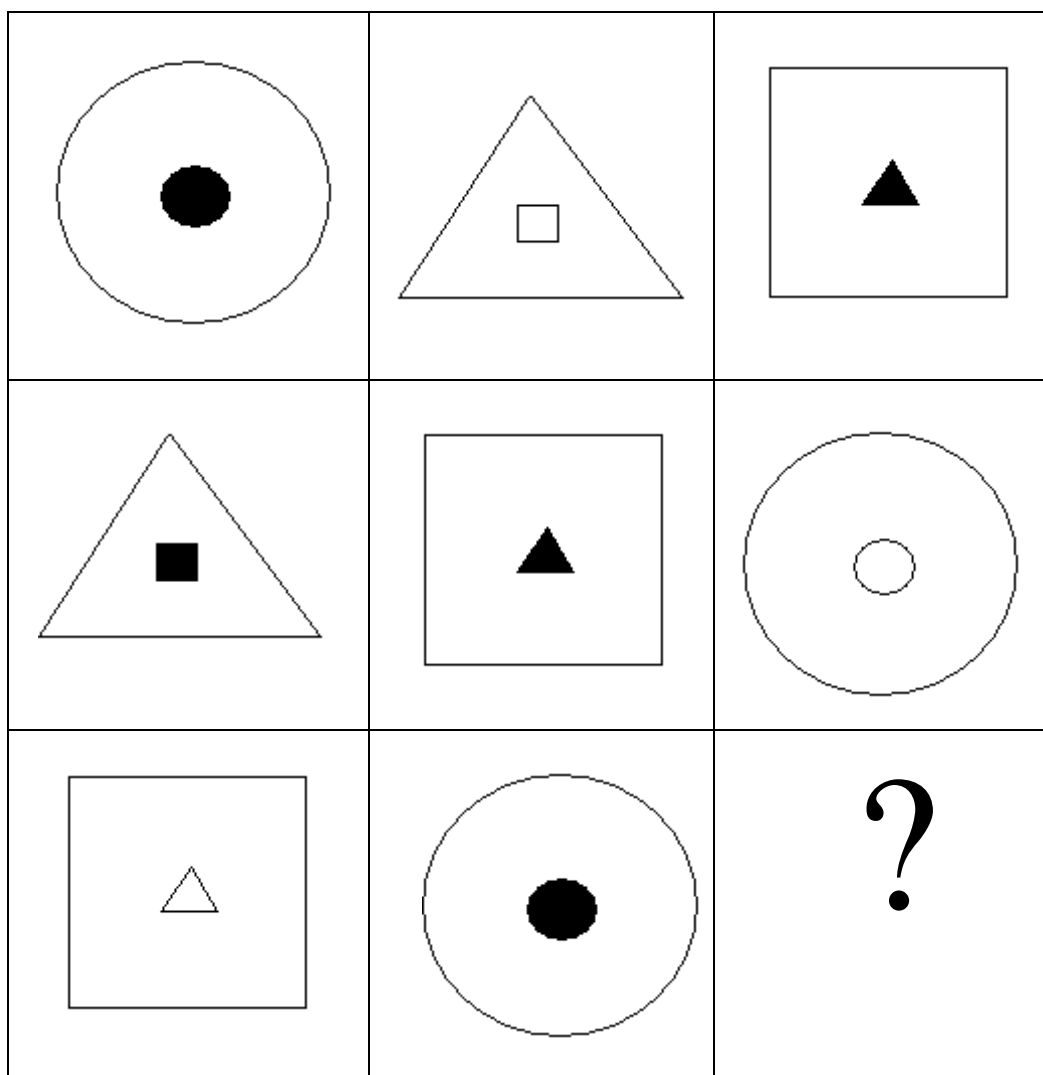
(заполнение листа самооценки по всем этапам урока)

Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

Результат 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

Тема № 5. Теорема о трех перпендикулярах (уроки № 9-10)

1.) Мотивация учащихся. Найдите фигуру, которая пропущена



Актуализация знаний.

Учащимся предлагается ответить на вопросы:

- Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости
- Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости
- Прямая a перпендикулярна плоскости α , а прямая b не перпендикулярна к этой плоскости. Могут ли прямые a и b быть параллельными?

2) Самостоятельная работа с учебным материалом №5

3) Закрепление изученного по вопросам самоконтроля

4) Доказательство теоремы о трех перпендикулярах.

Используя модель «Шесть бомбочек», сложенную на предыдущем уроке, необходимо предложить учащимся показать на модели все элементы, которые используются при доказательстве, и дополнить ее прямой, в виде ручки или карандаша, которая проходит через основание наклонной и перпендикулярна ее проекции.

4) Закрепление изученной теоремы. Решение задач на готовом чертеже.

Для того чтобы чертеж помог увидеть три перпендикуляра, желательно выделить их цветным стержнем.

5) Проверка степени усвоения материала

Эталоны ответов

I вариант

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во баллов	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
Эталон ответа	В	А	В	А	В	С	В	В	В	А

II вариант

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во баллов	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
Эталон ответа	А	В	В	А	А	С	А	В	А	А

Критерии оценки теста: «5» 11-12 баллов; «4» -9-10 баллов; «3»-7-8 баллов

5) Рефлексия учебной деятельности (заполнение листа самооценки по всем этапам урока)

Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

Результат. 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

Тема № 6. Угол между прямой и плоскостью (уроки 11-12)

1.) Мотивация учащихся. Актуализация знаний.

а) Предлагается ответить учащимся на вопросы, по материалу из курса планиметрии.

- Какие виды углов образуют две пересекающиеся прямые?
- Каким свойством обладают смежные и вертикальные углы.
- Угол, между какими прямыми равен 90° ?
- Чему равна градусная мера угла между параллельными прямыми?

2) Самостоятельная работа с учебным материалом №6

3) Закрепление изученного по вопросам самоконтроля

4) **Решение задач по книге для учащегося**

Эталоны ответов: 2) $AO = 15\sqrt{3}$ см; $MA = 30$ см; $OD = 15$ см 3) 45° 4) 45°

5) **Проверка степени усвоения материала**

Эталоны ответов: 1) 60° 2) 60° 3) 45° 4) 30° . Решение. Из $\triangle ABC$: $AC = 2\sqrt{3}$. Из $\triangle MAB$:

$\cos \angle MAB = \frac{BA}{BM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $\angle MBA = 30^\circ$. 5) $\arctg \frac{1}{\sqrt{2}}$. Решение Пусть $AC = a$, тогда

$AB = a\sqrt{2}$. Из $\triangle MAB = \frac{MA}{MB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5) Рефлексия учебной деятельности

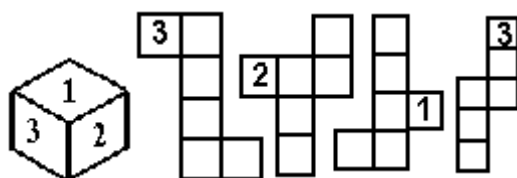
Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

Результат. 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

Тема № 7. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей (уроки 13-14)

1.) Мотивация учащихся. Актуализация знаний.

На гранях куба написаны числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Сумма чисел, стоящих на противоположных гранях, равна 7. На 4-х развертках куба напишите 5 чисел - одно уже написано - так, чтобы это соответствовало нашему кубу.



2.) Самостоятельная работа с учебным материалом.

3.) Решение задач по учебнику (стр. 51) Данные задачи могут решаться по вариантам, в паре или самостоятельно. Преподаватель при этом консультирует в решении, проверяет его правильность.

4.) Проверка степени усвоения материала (1- 4)

Эталоны ответов: 1) 30° 2) 120° 3) Доказательство: **1 способ.** MB – линия пересечения плоскостей AMB и CMB . $AB \perp MB$, $CB \perp MB$. Так как $\angle ABC = 90^\circ$, то плоскости ABM и CBM перпендикулярны. **2 способ.** $AB \perp BC$, $AB \perp MB$, значит прямая $AB \perp$ перпендикулярна плоскости MBC . Так как плоскость AMB проходит через прямую AB , перпендикулярную плоскости MBC , то плоскости AMB и MBC перпендикулярны.

5) Рефлексия учебной деятельности

Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

Результат. 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

Тема № 8. Расстояние между скрещивающимися прямыми
(урок 15-16)

- 1.) Мотивация учащихся. Актуализация знаний.
- 2) Самостоятельная работа с учебным материалом №8
- 3) Выполнение заданий по книге для учащихся. Решение задач по готовому чертежу можно предложить решить в паре или решить эти задачи по группам и затем защитить эти решения. Количество задач на уроке можно брать меньше, в зависимости от уровня подготовленности учащихся в группе.

Эталоны ответов:

1) 1) Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 20 см. Сделайте чертеж куба, выделите на чертеже и найдите расстояние между прямыми: а) AB и CC_1 ; б) CC_1 и $B_1 D_1$;

а.) $BC=20$ см;

б) Провести диагонали грани $A_1 C_1$ и $D_1 B_1$. Точка их пересечения – O_1 . Расстояние между прямыми CC_1 и $B_1 D_1$ – $OC_1=10\sqrt{2}$

в) в данном случае проще заключить прямые в пару параллельных плоскостей – это будут плоскости граней $ABCD$ и $A_1 B_1 C_1 D_1$. Их общий перпендикуляр, например, ребро AA_1 и дает искомое расстояние $d=20$ см;

г) Плоскость $BB_1 D_1 D$, содержащая прямую BD_1 , параллельна прямой CC_1 , поэтому искомое расстояние равно, скажем от точки C_1 до прямой $D_1 B_1$

2) Решение задач по готовым чертежам

- 1) $5\sqrt{3}$ 2) 12 3) $2\sqrt{14}$. 4) $2\sqrt{2}$. Указание: искомое расстояние равно высоте BE параллелограмма $ABCD$, проведенной к стороне AD .
- 5.) $3\sqrt{2}$. Указание, искомое расстояние равно высоте EF $\triangle EMB$, где E -середина AC
- 6.) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Указание. Провести $MO \perp BD$. искомое расстояние равно высоте OE $\triangle AMO$.

3) Проверка степени усвоения материала

I вариант

№	1	2	3	4	5	6	7
Кол-во баллов	1	1	2	2	2	2	2
Эталон ответа	A	D	A	A	D	C	B

II вариант

№	1	2	3	4	5	6	7
Кол-во баллов	1	1	2	2	2	2	2
Эталон ответа	B	A	A	B	A	A	A

Критерии оценки теста:

11-12 баллов – «5»

9-10 баллов – «4»

7-8 баллов – «3»

5) Рефлексия учебной деятельности

Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

Результат. 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

Тема № 9. Прямоугольный параллелепипед (уроки 17-18)

1.) Мотивация учащихся.

Психогеометрический тест



Нарисуйте на четырех небольших листках бумаги четыре фигуры (рисовать лучше фломастером или карандашом одного цвета): круг, треугольник, зигзаг и квадрат. Следите, чтобы фигуры были одинакового размера и прорисованы линиями одной толщины. Теперь перемешайте рисунки и предложите тому, чей характер хотите узнать поближе, разложить эти геометрические фигуры в порядке предпочтения. То есть надо выложить листки с рисунками в одну линию: на первое место положить ту фигуру, которая почему-то вызывает большую симпатию по сравнению с другими, на второе место - ту, которая тоже нравится, но поменьше, и так далее. На последнее место, таким образом, попадает фигура, которая нравится меньше всего. И совершенно не важно: почему именно, важно только то, какая фигура оказалась на первом месте.

Если на первом месте стоит квадрат, то перед вами прежде всего - неутомимый труженик. Трудолюбие, усердие, почти маниакальная потребность доводить любое начатое дело до конца, упорство, позволяющее добиваться завершения работы - вот, чем прежде всего знамениты истинные Квадраты. Выносливость, терпение и методичность обычно делают Квадрата высококлассным специалистом в своей области. Добавьте к этому постоянную потребность к получению новой информации. Причем, все поступающие сведения тут же систематизируются и раскладываются по полочкам. Квадраты заслуженно славятся эрудитами, по крайней мере в своей области. Вообще - мыслительный анализ - сильная сторона Квадрата. Они чрезвычайно внимательны к деталям, подробностям, что иногда все же мешает им видеть картину в целом. А самое главное: Квадраты самые настоящие педанты. Им очень важно, чтобы все лежало на своих привычных местах, а со-

бытия происходили по раз и навсегда установленному сценарию. Любое отступление от этого сценария способно надолго выбить Квадрата из колеи, заставить его растеряться, сделать беспомощным. Аккуратность, порядок соблюдения правил приличия могут развиваться до парализующей крайности. И когда приходит время принимать решение, особенно связанное с риском, с возможностью потери статуса, Квадраты вольно или невольно затягивают его принятие. Кроме того, рациональность, эмоциональная сухость и холодность мешают квадратам быстро устанавливать контакты с разными лицами. Этот человек вряд ли будет подолгу восхищаться прелестной формой цветка или красивой мелодией: эстетическая сторона этой жизни не его конек. И даже если вам показалось, что лицо Квадрата приняло в этот момент мечтательное, неземное выражение, то, будьте уверены, что в его голове в этот момент просто прокручивается рабочий план на завтрашний день во всех деталях.

На первое место ваш визави поставил фигуру треугольника? Эта форма символизирует лидерство. И многие Треугольники ощущают в этом свое предназначение. Самая характерная особенность истинного Треугольника - способность концентрироваться на главной цели. Треугольники - энергичные, неудержимые, сильные личности, которые ставят ясные цели и, как правило, достигают их. Треугольник - это очень уверенный в себе человек, который привык быть правым во всем. Сильная потребность управлять положением дел и быть первым, решать не только за себя, но и по возможности, за других, делают Треугольник личностью, постоянно соперничающей, конкурирующей с другими. Доминирующая установка в любом деле - это установка на победу, выигрыш, успех. Он часто рискует, бывает нетерпелив и нетерпим к тем, кто колеблется в принятии решения или не готов следовать за ним. Для Треугольника очень травматично оказаться неправым в чем-то, признать свои ошибки, тем более публично. Если делом чести для Квадрата является достижение высшего качества выполняемой работы, то Треугольник стремится достичь высокого положения, приобрести высокий статус или, иначе говоря, сделать карьеру. Главное отрицательное качество Треугольников - сильный эгоцентризм, направленность на себя. Они заставляют все и всех вращаться вокруг себя, без них жизнь потеряла бы свою остроту. Треугольники на пути к вершинам власти не проявляют особой щепетильности в отношении моральных норм и могут идти к своей цели по головам других. Но это, впрочем, характерно для "зарвавшихся" Треугольников, которых никто вовремя не остановил.

Круг - это мифологический символ гармонии. Тот, кто уверенно выбирает его, искренне заинтересован прежде всего в хороших и теплых межличностных отношениях. Высшая ценность для круга - люди и их благополучие. Круг чаще всего служит тем

"клеем", который скрепляет и рабочий коллектив и семью, то есть приносит гармонию, тепло, любовь. Это про таких людей, наверное, говорят "солнышко взошло". Они обладают высокой чувствительностью, способностью сопереживать, сочувствовать, эмоционально отзываться на переживания другого человека. Естественно, что люди тянутся к Кругам. Круги великолепно "читают" людей и в одну минуту способны распознать притворщика, обманщика. Они пытаются сохранить мир и ради этого иногда избегают занимать твердую позицию и принимать решения, не поддержанные большинством. Для круга нет ничего более тяжелого, чем вступать в межличностный конфликт. Он счастлив, когда люди ладят друг с другом, поэтому, когда у Круга возникает с кем-то конфликт, наиболее вероятно, что именно он уступит первым. Круги не отличаются решительностью, слабы во всякого рода интригах и часто не могут "подать" себя должным образом приукрасив. Все это ведет к тому, что над Кругами часто берут верх более сильные личности, например, Треугольники. Круги не слишком беспокоятся о том, в чьих руках будет находиться власть, лишь бы все были довольны и царил мир. Однако, в одном Круги проявляют заведомую твердость: это касается нарушений вопросов морали или справедливости. Главная черта их стиля мышления - ориентация на субъективный, человеческий фактор любой проблемы и стремление найти общее даже в противоположных точках зрения. Все это и умение чувствовать людей в малейших нюансах делает Кругов прирожденными психологами.

Зигзаг символизирует креативность и творчество. Доминирующим стилем мышления Зигзага является синтетический стиль: комбинирование абсолютно различных, несходных идей, создание на этой основе чего-то нового и оригинального. Это стихия Зигзагов. Кстати, как показывает опыт тестирования, фигуру зигзага выбирает примерно один человек из пятидесяти. В отличие от Кругов Зигзаги вовсе не заинтересованы в консенсусе и добиваются договоренности не путем уступок, а заострением конфликта идей и построением новой концепции, в которой этот конфликт получает свое разрешение, то есть снимается. Используя свое природное остроумие, они могут быть весьма язвительными, открывая глаза другим на возможность нового решения. Зигзаги просто не могут трудиться в хорошо структурированных и контролируемых ситуациях. Их раздражают четкая иерархия и инструкции, строго фиксированные обязанности и способы работы. Им необходимо иметь большое разнообразие и высокий уровень стимуляции (одобрения окружающих) на рабочем месте. Если вы хотите получить от работы Зигзага максимальную прибыль, то дайте ему максимум независимости на рабочем месте и он удивит вас, оживет и начнет выполнять свое основное назначение - генерировать новые идеи и методы работы. Зигзаги стремлены в будущее и больше интересуются возможностью, чем

действительностью. Мир идей для них так же реален, как для остальных мир вещей. Зигзаги неутомимые проповедники своих идей и способны мотивировать всех вокруг себя. Однако, им не хватает дипломатии: они несдержанны, очень экспрессивны, что наряду с их эксцентричностью часто мешает им проводить свои идеи в жизнь. К тому же Зигзаги не сильны в проработке конкретных деталей (им это скучно) и не слишком настойчивы в доведении дела до конца, так как с утратой новизны теряется и интерес к идее.

На первый взгляд это тестирование выглядит очень просто и доступно каждому. Но в этом-то его уникальность: при кажущейся простоте точность получаемой психологической характеристики личности поразительна! Кроме того, можно выявить не только самые важные черты человека, но и те, что у него находятся "в меньшинстве" - для этого достаточно посмотреть, какую фигуру испытуемый поставил на последнее место.

2) Самостоятельная работа с учебным материалом №9

3) Инструктаж по выполнению практической работы

4) Практическая работа учащихся

5) Установление зависимости сторон квадратного модуля от сторон исходного квадрата.

Пояснения к выполнению 5 пункта практической работы.

Введем обозначения:

$AB = a$ – сторона исходного квадрата, из которого складывается модуль.

$MN = a_4$ – сторона квадратного модуля.

AC – диагональ исходного квадрата

$$MN = \frac{1}{4} AC, AC = a\sqrt{2}, MN = \frac{a\sqrt{2}}{4}, a_4 = \frac{a\sqrt{2}}{4} = 0,35a$$

Если модуль сделан из квадрата со стороной 10 см, то получится куб с ребром = 3,5 см.

Наоборот, если нужно получить куб с ребром 10 см, то необходимо взять квадрат со стороной 28,6 см.

Задание на установление зависимости сторон квадратного модуля от сторон исходного квадрата можно предложить сильным учащимся.

б) Подведение итогов работы

Результат 1. Распознавать перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве, используя определения и теоремы.

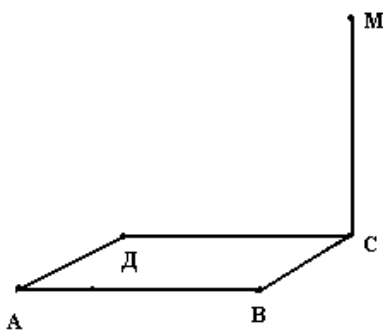
Результат 2. Изображать перпендикуляр, наклонную, проекцию наклонной, расстояние от точки до прямой, расстояние и углы между прямыми и плоскостями

.ОЦЕНОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

I вариант

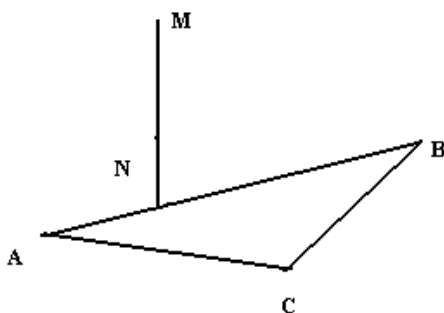
1. Отрезок MC перпендикулярен плоскости квадрата $ABCD$. Через точку M проведите перпендикуляр MO к прямой BD . Найдите и выделите на чертеже расстояние между скрещивающимися прямыми MC и DB

Сделайте пояснения к построению.



2. Отрезок MA перпендикулярен плоскости ромба $ABCD$. Через точку M проведите перпендикуляр к прямой BD . Сделайте пояснения к построению.

3. Отрезок MN перпендикулярен плоскости прямоугольного треугольника (точка N принадлежит гипотенузе AB). Через точку M проведите перпендикуляры к прямым AC и BC . Сделайте пояснения к построению.



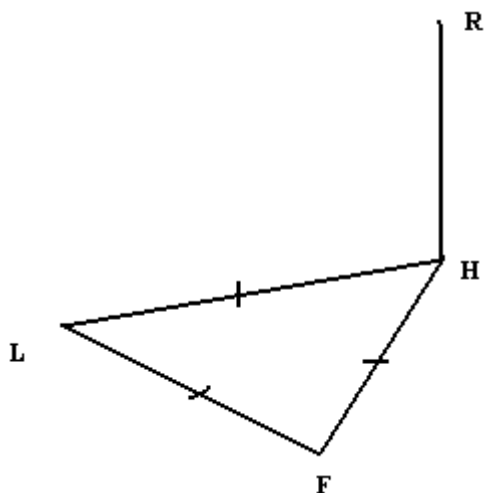
4. Точка M равноудалена от каждой вершины прямоугольника $ABCD$

(O - точка пересечения его диагоналей). Постройте и обозначьте на чертеже:

- а) расстояние от точки M до плоскости прямоугольника;
- б) расстояние от точки M до сторон прямоугольника
- в) угол между прямой MO и плоскостью прямоугольника
- г) двугранный угол между плоскостью AMC и плоскостью прямоугольника $ABCD$
- д) расстояние между скрещивающимися прямыми MO и AB

II вариант

1. Отрезок HR перпендикулярен плоскости равностороннего треугольника LFH . Через точку R проведите перпендикуляр к прямой LF . выделите на чертеже расстояние между скрещивающимися прямыми LF и RH .



2. Отрезок MC перпендикулярен плоскости прямоугольника $ABCD$. Через точку M проведите перпендикуляр MO к прямой BD . Сделайте пояснения к построению
3. Отрезок MN перпендикулярен плоскости квадрата $ABCD$ (точка $N \in CD$). Через точку M проведите перпендикуляры к прямым CB , AD и AB .
4. Точка M равноудалена от вершин правильного треугольника ABC (O - точка пересечения медиан) Постройте и обозначьте на чертеже:
- а) расстояние от точки M до плоскости треугольника
 - б) расстояние от точки M до сторон треугольника
 - в) угол между прямой MO и плоскостью треугольника
 - г) двугранный угол между плоскостью MBC и плоскостью треугольника

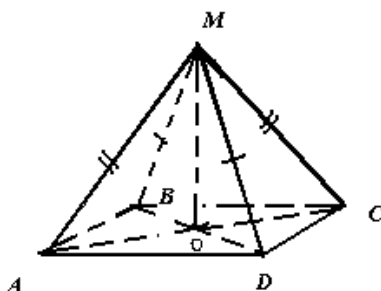
Результат. 3. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя определения и теоремы о перпендикулярности в пространстве.

ОЦЕНОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

I вариант

1. Концы отрезка AB , не пересекающего плоскость, удалены от нее на расстояниях $2,4$ м и $7,6$ м. Найдите расстояние от середины M отрезка AB до этой плоскости.

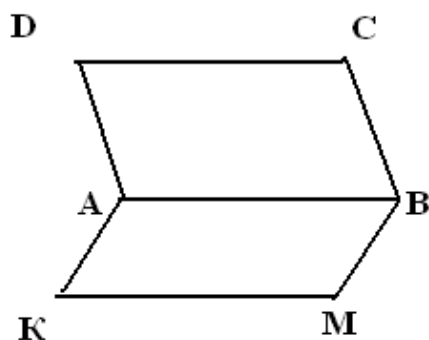
2. Дано: $ABCD$ – параллелограмм. Доказать, что прямая MO перпендикулярна плоскости ABC



3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.

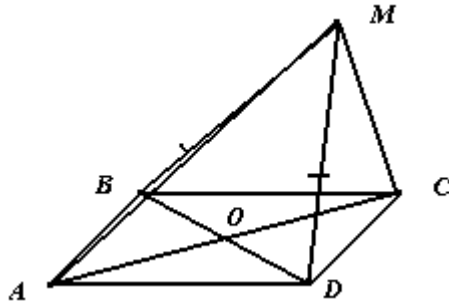
4. Из вершины равностороннего треугольника ABC восстановлен перпендикуляр AD к плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки D до прямой BC , если $AD=1$ дм, $BC = 8$ дм?

5. Прямоугольники $ABCD$ и $ABMK$ лежат в разных плоскостях. Сумма их периметров равна 46 см. Найдите расстояние между прямыми AK и BC , если $AK = 6$ см, $BC = 5$ см.



II вариант

1. Точка А лежит в плоскости, точка В – на расстоянии 12,5 м от этой плоскости. Найдите расстояние от этой плоскости до точки М, делящий отрезок АВ в отношении $AM:MB=2:3$.
2. Дано: ABCD – ромб, $BM = MD$. Доказать, что прямая ВD перпендикулярна плоскости АМС.



3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекции наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.
4. Из вершины квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр АЕ к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки Е до прямой ВD, если $AE=2$ дм, $AB = 8$ дм?
5. К плоскости квадрата ABCD проведен перпендикуляр КD. Сторона квадрата равна 5 см. Найдите расстояние между прямыми: 1) АВ и КD; 2) КD и АС

Эталоны ответов:

- I вариант: 1.) 5 м. 2.) Указание: MO – высота равнобедренных треугольников
3.) 10 см и 6 см 4) 9 дм 5) 8 см
II вариант: 1) 5 м. 2.) $MO \perp BD$ (медиана равнобедренного треугольника),
 $AC \perp BD$ (свойство диагоналей ромба), откуда прямая $BD \perp$ двум пересекающимся прямым плоскости АМС, значит $BD \perp$ плоскости АМС (признак перпендикулярности прямой и плоскости); 3.) 23 см и 17 см. 4) 6 дм 5) 5 см;

ПИФАГОРОВЫ ТРОЙКИ

a	b	c	a	b	c
3	4	5	16	63	65
5	12	13	33	56	65
8	15	17	48	55	73
7	24	25	28	45	53
20	21	29	11	60	61
12	35	37	13	84	85
9	40	41	20	99	102