

Онлайн Пробный ЕГЭ по математике. Март 2019.

Часть 1. Задания с кратким ответом.

- По данным Мониторинга качества приема в вузы России¹, доля бюджетного приема в 2011 году составляла 74,2 процента, а в 2018 году 60,9 процентов от общего приема в вузы. На сколько процентов сократилась доля «бюджетных» мест в вузах России? Ответ округлите до целых.
- На диаграмме показано распределение всех зачисленных на бюджетные и платные места по группам направлений (по данным упомянутого выше мониторинга). Сколько тысяч выпускников поступили в 2018 году на социально-экономические направления?



- Авторская задача.** Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник $ABCDEF$, если абсцисса точки A равна 1, абсцисса точки D равна $1 + 2\sqrt{3}$, ординаты точек A и D равны.

¹ Мониторинг проводился ВШЭ, при участии Министерства просвещения РФ, Рособрнадзора, а также компании Яндекс: https://ege.hse.ru/stata_2018_all

4. Для поступления в университет на бюджетное отделение необходимо набрать не менее 80 баллов по каждому из трех предметов: русский, математика, физика (специальность «Строительство») или русский, математика, английский (специальность «Туризм»).

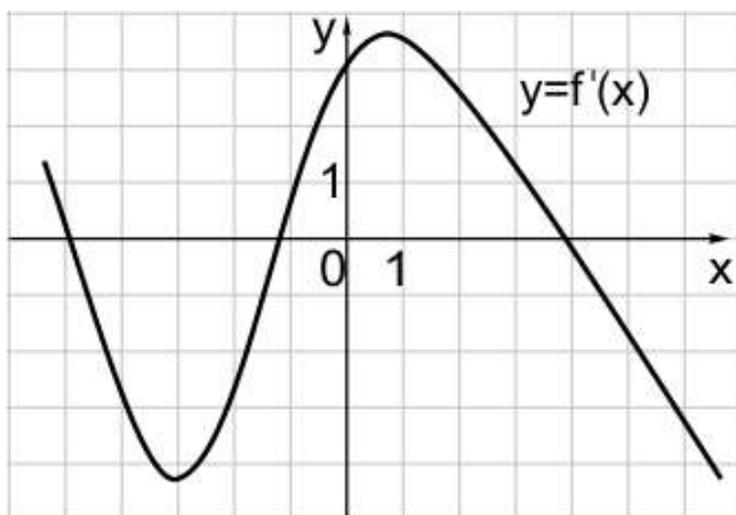
Василий готовится к ЕГЭ по математике, физике, русскому и английскому. Написав несколько пробных ЕГЭ по каждому предмету, Василий выяснил, что получает по математике и русскому языку не менее 80 баллов с вероятностью 0,8 по каждому из них. По английскому языку вероятность получить не менее 80 баллов равна 0,4. По физике Василий получает на пробных ЕГЭ не менее 80 баллов с вероятностью 0,9.

С какой вероятностью Василий сможет поступить на «бюджет» хотя бы на одну из выбранных специальностей?

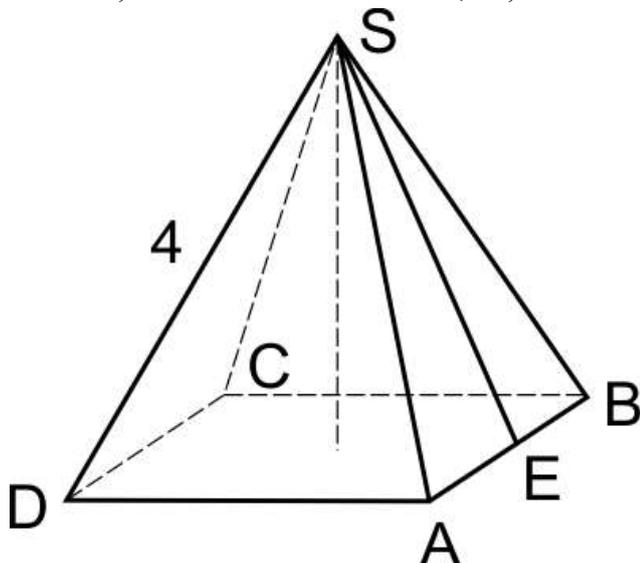
5. Решите уравнение: $\log_2(x^2 - 6) = \log_2 x$
В ответ запишите меньший корень.

6. **Авторская задача.** Окружность вписана в прямоугольный треугольник с катетами 7 см и 24 см. Найдите радиус окружности. Ответ выразите в сантиметрах.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $y = f(x)$. Сколько точек экстремума функции $y = f(x)$ расположено на отрезке $[-4; 2]$?



8. Найдите объем пирамиды $SCBE$, являющейся частью правильной пирамиды $SABCD$, если $AB = 4$ и $SA = 2\sqrt{11}$, точка E – середина AB .



9. Найдите значение выражения: $\frac{(\sqrt{3}a)^2 \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}}$ при $a > 0$.
10. В электрическом обогревателе с неизменным сопротивлением R нагревательного элемента, через который течёт постоянный ток, за время t выделяется количество теплоты $Q = I^2 R t$. Во сколько раз увеличится количество выделяемой теплоты, если силу тока I и время работы обогревателя t увеличить вдвое?
11. **Авторская задача.** Максим решил накопить на айфон последней модели и 1 марта положил в копилку 10 рублей. С этого дня Максим ежедневно опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день. Сколько рублей будет в копилке 31 мая, после того как Максим, как обычно, положит туда деньги?
12. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2+676}$.

Часть 2. Задания с развернутым ответом.

13. Дано уравнение $|\sin x| = \cos x$
 а) Решите уравнение.
 б) Найдите все корни уравнения на отрезке $[0; 2\pi]$.
14. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.
 а) Докажите, что $AA_1 = AC$.
 б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 6$, $BC = 3$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{x^{15}}\right) - 2}{\log_{125}x^{12}} \leq 4 - \frac{7}{\log_x 5}$$

16. **Авторская задача** Две окружности пересекаются в точках М и N и касаются прямой р в точках А и В соответственно. Прямая MN пересекает отрезок АВ в точке К.

- а) Докажите, что точка пересечения медиан треугольника АВМ лежит на прямой MN.
- б) Найдите АК, если расстояние между центрами окружностей равно 17, а их радиусы равны 20 и 5.

17. При изготовлении n единиц товара в месяц расходы фирмы на выпуск одной единицы товара составляют не менее $\frac{13500}{n} + 90 - \left|30 - \frac{13500}{n}\right|$ тыс. рублей, а цена реализации каждой единицы товара не превосходит $180 - 0,1n$ тыс. рублей, причем производство является прибыльным. При каком объеме производства (в единицах товара в месяц) фирма может получить наибольшую прибыль?

18. **Авторская задача.** Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\sin t + \sqrt{3} \cos t = a$ имеет единственное решение на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.

19. На доске написано 30 натуральных чисел. Какие-то из них красные, а какие-то зелёные. Красные числа кратны 7, а зелёные числа кратны 5. Все красные числа отличаются друг от друга, как и все зелёные. Но между красными и зелёными могут быть одинаковые.

- а) Может ли сумма всех чисел, записанных на доске, быть меньше 2325, если на доске написаны только кратные 5 числа?
- б) Может ли сумма чисел быть 1467, если только одно число красное?
- в) Найдите наименьшее количество красных чисел, которое может быть при сумме 1467.

Внимание. Задача 19 – вернулись к первоначальному условию (было на РешуЕГЭ).