

## Пробный ЕГЭ май 2020

### Часть 1. Задания с кратким ответом

1. Елена Любецкая Петр изготавливает проволочные треугольники со стороной 6,5 см и равными углами. Проволока продается в упаковках по 2 метра. Сколько треугольников получится из 1 упаковки?
2. На рисунке точками показана аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество посетителей сайта хотя бы раз в данном месяце. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей аудиторией сайта Ya.ru в указанный период.



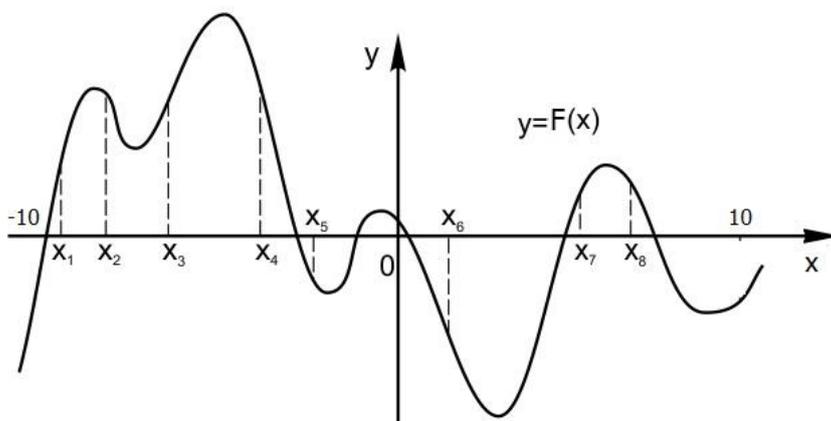
3. Елена Любецкая Пусть  $A(0; 2)$ ,  $B(1; 4)$ ,  $D(2; 0)$ . Найдите  $\sqrt{10} \cdot \cos \angle BAD$
4. Елена Любецкая С какой вероятностью синус угла, лежащего в первой четверти, не менее  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ?

5. Решите уравнение:

$$\log_{113}(\log_2(\log_5 x)) = 0$$

6. *Елена Любецкая* В трапеции  $ABCD$   $BC$  и  $AD$  – меньшее и большее основания, боковая сторона  $CD$  равна 5 и перпендикулярна диагонали  $AC$ , диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите  $AO$ , зная, что  $\operatorname{tg} \angle COD = 2,5$  и  $\operatorname{tg} \angle CAD = 1,25$ .

7. На рисунке изображен график  $F(x)$  – первообразной некоторой функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено 8 точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  принимает положительные значения? В ответ запишите количество точек.



8. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите косинус угла  $A_1 C_1 D$ .

9. *Елена Любецкая* Вычислите  $\operatorname{tg} 10^\circ \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 80^\circ$

10. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1400$  К,  $a = -10$  К/мин,  $b = 200$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

11. От пристани  $A$  к пристани  $B$ , расстояние между которыми равно 108 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним со скоростью, на 3 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт  $B$  он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 - 192x + 11$  на отрезке  $[-9; 1]$

## Часть 2. Задания с развернутым ответом

13.

а) Решите уравнение  $(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

14. В пирамиде  $SABC$  рёбра  $AB$  и  $SC$  перпендикулярны. Известно, что  $AC = CS = BS = 10$ ,  $AB = 14$ ;  $BC = 8\sqrt{2}$ ;  $AS = 6\sqrt{2}$ ; точка  $M$  принадлежит отрезку  $AB$ .

а) Докажите, что площадь сечения  $CSM$  минимальна, если плоскость  $CSM$  перпендикулярна  $AB$ .

б) Найдите объём пирамиды  $SABC$ .

15. Решите неравенство:  $\left(3^{\frac{x-2}{2}} - 1\right)\sqrt{3^x - 10\sqrt{3^x} + 9} \geq 0$ .

16. Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ .

При этом  $AK:KC = 1:2$ .

а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .

б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  – в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = \sqrt{21}$ .

17.

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $x\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $x$ , если известно, что наибольший платёж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший — не менее 0,5 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых следующая система уравнений имеет хотя бы одно решение  $(x; y; z)$

$$\begin{cases} (x - 4 \sin z)^2 + (y + 4 \cos z)^2 = 1 \\ |x| + |y| = a \end{cases}$$

19.

На доске написано число 2045 и ещё несколько (не менее двух) натуральных чисел, не превосходящих 5000. Все написанные на доске числа различны. Сумма любых двух из написанных чисел делится на какое-нибудь из остальных.

- а) Может ли на доске быть написано ровно 1024 числа?
- б) Может ли на доске быть написано ровно пять чисел?
- в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?