

Стрим 27.05.2020

Вариант МФТИ – 1986

1. Решить уравнение

$$3 \log_{3x} x = 2 \log_{9x} x^2.$$

2. Точка D лежит на стороне BC равнобедренного треугольника ABC ($|AB| = |BC|$), причём

$$|CD| = \frac{1}{4}|CB|, \angle C \hat{B} = \arccos \sqrt{\frac{2}{3}}, |AD| = \frac{3}{4}.$$

Найти площадь треугольника ABC .

3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \cos 3x = \cos y, \\ 2 \cos(9x + 3y) + 9 \sin(15x - 2y) = 4. \end{cases}$$

4. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точки E и G — середины отрезков $A_1 B_1$ и $D C_1$ соответственно, точка F лежит на отрезке BE , причём $3|BF| = |BE|$. Найти угол между прямой FG и плоскостью $AA_1 C_1$, если известно, что $|AB| = |AD|$, $|AA_1| =$

$$\sqrt{\frac{8}{3}}|AB|.$$

5. Для каждого числа p на координатной плоскости рассматривается множество M всех точек, координаты $(a; b)$ которых удовлетворяют условиям: $a > 0$, $b > 0$, $a + 2b < 1$, $6b > 2a + p$, и таковы, что система уравнений

$$\begin{cases} 4x^2 + 4xy + py^2 = a^2, \\ x + y = b \end{cases}$$

имеет два различных решения.

а) Найти площадь многоугольника, внутренней областью которого является множество M , если $p = -\frac{1}{8}$.

б) Найти все действительные p , при которых множество M является внутренней областью многоугольника.