

## 2 июля. Стрим «Что делать за неделю до ЕГЭ?»

Разбираем задачи 17 (Оптимизация), 14, 18.

1. Антон Акимов Для оплаты труда маляров, красящих ограждения в городе, управляющая компания выделила 80 тысяч рублей. Работы согласились выполнить две бригады, «Кисточка» и «Валик». Известно, что день работы каждой из бригад стоит 1000 рублей, но при этом «Кисточка» за  $x$  дней работы красит  $100\sqrt{x}$  квадратных метров ограждений, а «Валик» за  $x$  дней работы красит  $200\sqrt{x}$  квадратных метров ограждений. Сколько квадратных метров ограждений получится покрасить при оптимальном распределении финансирования между бригадами?

2. Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей.

Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

3. В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

4. Зависимость объёма  $Q$  (в шт.) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q = 15\,000 - P$ ,  $1\,000 \leq P \leq 15\,000$ . Доход от продажи товара составляет  $PQ$  рублей.

Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $3000Q + 5\,000\,000$  рублей.

Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство.

Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену товара на 20%, однако её прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

5. *А. Ларин* В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $B$  пересекает описанную окружность этого треугольника в точке  $F$ . Точка  $E$  — центр окружности, касающейся стороны  $AC$  и продолжений сторон  $AB$  и  $BC$  (внеписанной окружности). Точка  $O$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ .

- а) Докажите, что отрезки  $AF$  и  $OF$  равны.
- б) Найдите длину отрезка  $CF$ , если  $OE = 14$ .

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при котором уравнение  $f(x)|2a + 5|x$  имеет 6 решений, где  $f$  — чётная периодическая функция, с периодом  $T = 2$ , определённая на всей числовой прямой, причём  $f(x) = ax^2$ , если  $0 \leq x \leq 1$ .