

24 сентября.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. «Экономические» задачи

## Арифметическая и геометрическая прогрессии

Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
<p>Последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен <b>сумме</b> предыдущего члена и некоторого фиксированного числа <b>d</b>:</p> $a_{n+1} = a_n + d \quad n = 1, 2, \dots$ <p>Фиксированное число <b>d</b> называется <b>разностью</b> арифметической прогрессии.</p>	<p>Последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен <b>произведению</b> предыдущего члена и некоторого фиксированного числа <b>q</b>:</p> $b_{n+1} = b_n \cdot q \quad n = 1, 2, \dots$ <p>Фиксированное число <b>q</b> называется <b>знаменателем</b> геометрической прогрессии.</p>
<p><b>ПРИМЕР</b> последовательность <b>1, 4, 7, 10, 13...</b> является арифметической прогрессией с <b><math>a_1 = 1</math> и <math>d = 3</math></b>.</p>	<p><b>ПРИМЕР</b> последовательность <b>1, 4, 16, 64, 256...</b> является геометрической прогрессией с <b><math>b_1 = 1</math> и <math>q = 4</math></b></p>
<p>Формула <b>n</b>-го члена арифметической прогрессии:</p> $a_n = a_1 + (n - 1) d.$	<p>Формула <b>n</b>-го члена геометрической прогрессии:</p> $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
<p>Сумма первых <b>n</b> членов арифметической прогрессии</p> $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ <p>вычисляется по формуле:</p> $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n - 1) d}{2} \cdot n$	<p>Сумма первых <b>n</b> членов геометрической прогрессии</p> $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ <p>вычисляется по формуле:</p> $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
<p><b>Основное свойство арифметической прогрессии:</b> Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, есть среднее арифметическое соседних:</p> $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	<p><b>Основное свойство геометрической прогрессии:</b> Квадрат каждого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению соседних:</p> $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$

1. Максим решил накопить на айфон последней модели и 1 марта положил в копилку 10 рублей. С этого дня Максим ежедневно опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день. Сколько рублей будет в копилке 31 мая, после того как Максим, как обычно, положит туда деньги?
2. Студент Василий задумал стать репетитором. Он рассчитал, что будет проводить ровно 4 занятия в месяц с каждым учеником и стоимость каждого занятия составит 1000 рублей.

а) Если в первый месяц у Василия 2 ученика и каждый месяц число учеников увеличивается на 1, то сколько заработает Василий за 12-й месяц работы?

б) Сколько всего заработает Василий за год (то есть за 12 месяцев работы)?

3. Проработав год репетитором, студент Василий обнаружил, что вместе с количеством учеников растут и его расходы на транспорт. В первый месяц Василий потратил на поездки к ученикам 800 рублей и каждый следующий месяц эта сумма увеличивалась на 300 рублей

Сколько денег потратил Василий на поездки к ученикам за весь год?

4. Ученица Маша хочет сдать тест не менее чем на 88 баллов. Студент Василий заметил, что каждый месяц результат Маши увеличивается на 7 баллов. За сколько месяцев занятий Маша достигнет результата, если ее результат до начала занятий составлял 43 балла?

5. Степан хочет сдать ЕГЭ по математике не ниже 80 баллов, но при этом не напрягаться. 30 сентября Степан написал Репетиционный ЕГЭ на 37 баллов. Он рассчитывает, что каждый месяц его результат будет увеличиваться на 5 тестовых баллов. Сколько месяцев занятий нужно Степану, чтобы он смог решить вариант ЕГЭ не хуже, чем 80 баллов?

6. Начинающий видеоблогер Маша подсчитала, что каждый ее следующий новый видеоролик набирает в 3 раза больше просмотров, чем предыдущий.

а) Сколько просмотров набрал шестой видеоролик Маши, если первый посмотрели 20 человек?

а) Сколько просмотров набрали 6 первых видеороликов Маши?

7. Предприниматель Иван открывает фирму по разработке сайтов. Он решил, что его стартовая зарплата как директора фирмы будет равна 70 тысяч рублей и каждый месяц в течение первого года будет увеличиваться на 10 тысяч рублей. Иван приглашает на работу программиста Григория с условием, что стартовая зарплата Григория равна 120 тысяч рублей. Григорий поставил условие ежемесячного роста зарплаты на 5 тысяч рублей в течение первого года. На сколько тысяч рублей Григорий заработает больше Ивана в течение первого года, если Иван согласится на его условие?
8. Предприниматель Иван решил, что в первый месяц года потратит на рекламу своих услуг 60 тысяч рублей и каждые два месяца в течение первого года будет удваивать расходы на рекламу. Сколько тысяч рублей Иван потратит на рекламу в течение года?
9. Мерлин задумал прокопать тайный подземный ход длиной 196 метров от своего дома до королевского замка. Бригада гномов берет 70 золотых за 1-й метр подземного хода и за каждый следующий метр на 14 золотых больше, чем за предыдущий. Также гномы требуют: по окончании работ выставить угощение для каждого гнома на сумму 80 золотых и выплатить каждому по 920 золотых премиальных. Бригада гоблинов просит 75 золотых за 1-й метр подземного хода и на 15 золотых больше за каждый следующий метр и ничего больше. Какое наибольшее количество гномов может быть в бригаде, чтобы Мерлину было выгоднее иметь дело с ними, а не с гоблинами?

**Задача 17 (Экономическая). Подготовительные задачи**

10. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 7700 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Еще ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 847 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

11. Фирма, у которой общие издержки составляют 70% от выручки, выбирает между двумя вариантами налогообложения. По первому варианту налог взимается в размере 9% от выручки; по второму — величиной, подлежащей налогообложению, является прибыль. Какой должна быть ставка налога на прибыль, чтобы фирме было безразлично, по какому варианту платить налог?
12. Вы хотите получать месячный доход 10 тысяч рублей при ставке банковского процента 5% годовых. На какую сумму вам необходимо открыть вклад (проценты выплачиваются ежемесячно)?
13. (А) Маша мечтает о квартире за 3600 000 рублей. В настоящий момент Маша располагает 1 миллионом рублей и собирается поместить всю сумму в банк под 10% годовых, рассчитывая в течение каждого из первых трех лет после начисления банком процентов вносить на счет еще по 600 тысяч рублей. Предположим, что стоимость квартиры не изменится. Сможет ли она купить такую квартиру через 4 года? Помогите Маше посчитать!
14. 1 июня 2019 года Ярослав взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Ярослав переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Ярослав может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?
15. Взяли кредит 177 120 рублей в банке на четыре года под 25% годовых и выплатили четырьмя равными платежами.  
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?
16. 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?