

Часть 1. Задания с кратким ответом

-
- The graph shows the relationship between the head H_M (in meters) and the rotational speed n (in rpm) for a centrifugal pump with a 1000 mm diameter impeller. The curve starts at the origin (0,0), rises steeply to a peak of approximately 140 m at 2500 rpm, remains relatively constant until about 4000 rpm, and then declines sharply, reaching approximately 25 m at 6500 rpm.

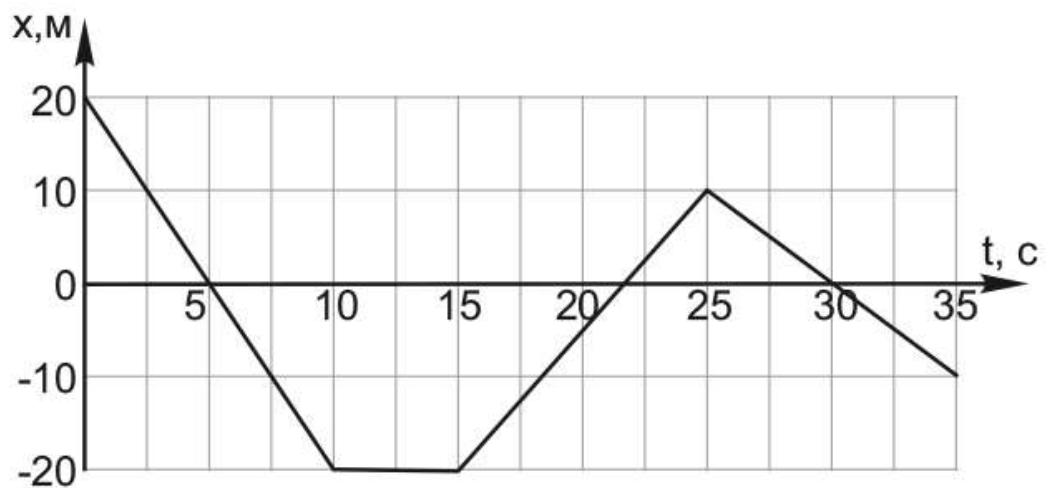
-

4. *Анна Малкова* Жил старик со своею старухой у самого синего моря. Старик ловил неводом рыбу, закидывая невод до тех пор, пока не поймает хотя бы одну. В результате многолетних наблюдений старик заметил, что вероятность поймать рыбу при первом закидывании невода равна 0,4, а при последующих 0,6. Сколько раз старику надо закинуть невод, чтобы вероятность поймать хотя бы одну рыбу была не менее 0,95?

5. Найдите корень уравнения $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$.

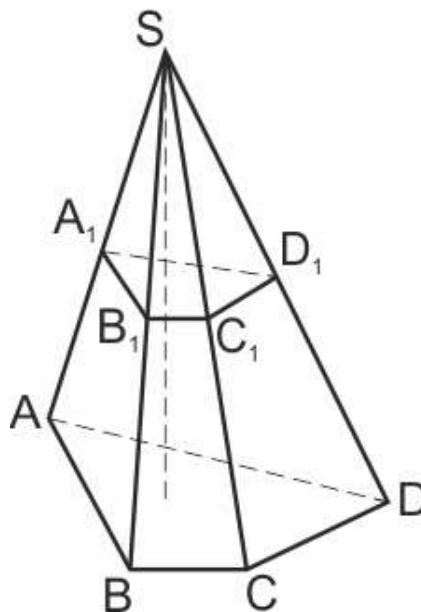
6. Найдите сторону ромба, если радиус вписанной в него окружности равен $\sqrt{3}$, а больший из углов ромба равен 120 градусов.

7. На рисунке приведён график зависимости координаты тела x от времени t при его прямолинейном движении по оси X .



Определите величину скорости тела v в промежутке времени от 25 до 30 с. Ответ выразите в м/с.

8. Площадь основания $ABCD$ пирамиды $SABCD$ равна 6, высота равна 6. Через середину высоты параллельно основанию пирамиды проведено сечение, которое является основанием меньшей пирамиды с той же вершиной. Найдите объем меньшей пирамиды.



9. Найдите значение выражения:

$$(tg \alpha + ctg \alpha)^2 - (tg \alpha - ctg \alpha)^2$$

10. *Антон Акимов* Дальность полета L мяча, брошенного под углом α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) к горизонту, зависит от начальной скорости v_0 и угла α по закону $L = 0,1v_0^2 \sin 2\alpha$, где L измеряется в метрах, а v_0 в метрах в секунду. Определите, при каком максимальном значении α дальность полета будет не меньше 5 метров, если начальная скорость мяча составляет 10 метров в секунду. Ответ дайте в градусах.

11. *Анна Малкова* Стоя на носу баржи «Анна Каренина», идущей против течения реки, капитан случайно уронил в воду свой паспорт. Документ не утонул, а поплыл по течению и был выловлен через 4 минуты матросом, находившимся на корме теплохода «Дубровский», который следовал за «Анной Карениной», причем расстояние от кормы «Анны Карениной» до носа «Дубровского» в момент падения паспорта было равно 725 метров.

Найдите длину баржи «Анна Каренина», если длина теплохода «Дубровский» 23 метра, а его скорость в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ выразите в метрах.

12. Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3) \cos x - 2 \sin x + 5$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Часть 2. Задания с развернутым ответом

13.

а) Решить уравнение

$$\frac{8(\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x)}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x} = 2 \cos 4x + 5.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

14. *Анна Малкова*

а) Докажите, что центр сферы, вписанной в правильную четырехугольную пирамиду $SABCD$, лежит на высоте пирамиды.

б) В правильной пирамиде $SABCD$ ребро основания равно 10, высота равна 12. В каком отношении центр вписанной сферы делит высоту пирамиды?

15. Решите неравенство:

$$x^2 \log_{125}(-x - 2) \geq \log_5(x^2 + 4x + 4).$$

16. *Анна Малкова*

На сторонах прямоугольного треугольника ABC построены квадраты, лежащие вне треугольника.

Пусть P и Q – центры квадратов, построенных на катетах AC и BC , O – центр квадрата, построенного на гипотенузе.

а) Докажите, что $OC = PQ$.

б) Катеты треугольника ABC равны 5 и 12. Пусть AN – высота треугольника AOC . Найдите площадь четырехугольника $BOHQ$.

17. В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остается равным S тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 338 тыс. рублей;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

18. Анна Малкова

Найдите все значения параметра q , при каждом из которых уравнение имеет ровно 2 решения на отрезке $[0; 3]$:

$$4\sin \frac{2^x + qx - 1}{2} \cos \frac{2^x - qx + 1}{2} = 3(1 - qx - 2^x)$$

19. Антон Акимов Василий Васильевич вспоминал, как в студенческие времена, взяв менее 100 рублей, пошёл гулять. Заходя в какой-нибудь магазин и имея при этом m рублей n копеек, он тратил n рублей m копеек.

- а) Мог ли студент Вася посетить ровно два магазина?
- б) Мог ли студент Вася посетить ровно три магазина?
- в) Какое наибольшее число магазинов смог посетить Вася?