

→  
**ЕГЭ-СТУДИЯ**

Готовим на **80** и выше!

# Топ-10

**основных ошибок  
на ЕГЭ  
по Профильной  
математике**



**Задачи 1-12  
(Часть 1)**

**Анна Малкова**

## Привет, друг!

Знаешь ли ты, что 90% ошибок на экзамене происходит из-за обычной невнимательности?

Знаешь ли, что составители вариантов ЕГЭ специально делают такие задачи, где очень легко допустить ошибку?

А знаешь ли ты, ЧТО это за задачи? Самые коварные. Гадкие. Криповые. Хитроумные ловушки для твоего разума.

Прочитай этот текст до конца. Ты узнаешь своих врагов в лицо!

Мы выловили их среди тысяч задач в Банке заданий ФИПИ, чтобы показать тебе! И составил Топ-10 – в соответствии с тем, какой процент старшеклассников делает в них ошибки.

Ты узнаешь, как с ними справиться.

## Ты сможешь!



malkova\_ege



egestudy



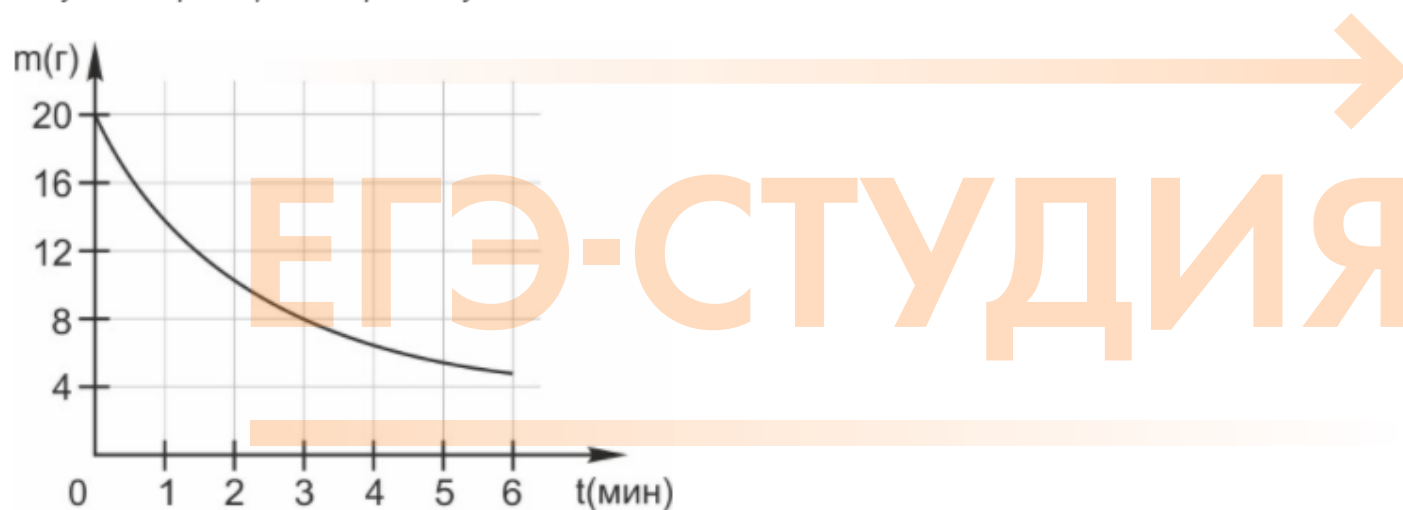
MalkovaAnna

# 10-е место

## Задание №2

Не смейся! Даже в этой примитивной задаче есть возможность поставить ловушку. Смотри:

В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое еще не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат – масса оставшегося реагента, который еще не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?



Решение:

Это задача на внимательность. На графике показано изменение массы *оставшегося* реагента, а найти количество вещества, *вступившего в реакцию*. Согласно графику, в начальный момент времени было 20 граммов реагента, а через три минуты стало 8 граммов. Следовательно, в реакцию вступило 12 граммов вещества.

Ответ: 12.

# 9-е место

## Задание № 5

Правило простое: видишь в уравнении квадратный корень – будь особенно внимателен!

Решите уравнение  $\sqrt{72 - x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Что получилось у вас? Если ваш ответ: -9, значит, вы забыли, что такое арифметический квадратный корень.

Решение:

Выражение под корнем должно быть неотрицательно. И сам корень – величина неотрицательная. Значит, и правая часть должна быть больше или равна нулю. Следовательно, уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} 72 - x = x^2 \\ 72 - x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{72 - x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} 72 - x = x^2 \\ 72 - x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 72 = 0 \\ x \leq 72 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -9 \\ x \leq 72 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 8$$

Мы получили, что  $x = 8$ . Это единственный корень уравнения.

# 8-е место

## Задание № 9

Модули! Еще один капкан для бедных доверчивых хомячков! Повтори на всякий случай определение модуля.

Вычислите  $|x - 9| + |x - 4|$  при  $5 < x < 8$ .

Решение:

В этом выражении два знака модуля. Раскроем каждый из них по определению:

$$|x - 9| = \begin{cases} x - 9, & \text{если } x - 9 \geq 0 \\ 9 - x, & \text{если } x - 9 < 0 \end{cases}$$

$$|x - 4| = \begin{cases} x - 4, & \text{если } x - 4 \geq 0 \\ 4 - x, & \text{если } x - 4 < 0 \end{cases}$$

По условию,  $5 < x < 8$ . Значит,  $x - 9 < 0$ , и первый модуль раскрывается с противоположным знаком (с «минусом»), а  $x - 4 > 0$  - и второй модуль раскрывается с «плюсом».

Получим:  $|x - 9| + |x - 4| = 9 - x + x - 4 = 5$ .


# 7-е место

## Задание № 1

Может быть, мы что-то пропустили? Да, конечно! Вот задача 1 из Банка заданий ФИПИ. Номер 1, Карл!

*Розничная цена учебника 180 рублей, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 10 000 рублей?*

Решение:

За 100% принимаем ту величину, с которой мы сравниваем. А вы помните это правило? 

В нашем случае за 100% принимаем  $x$  – оптовую цену учебника.

Поскольку розничная цена учебника на 20% выше оптовой, получим, что  $1,2x = 180$  и  $x = 150$  рублей. Поделим 10000 на 150.

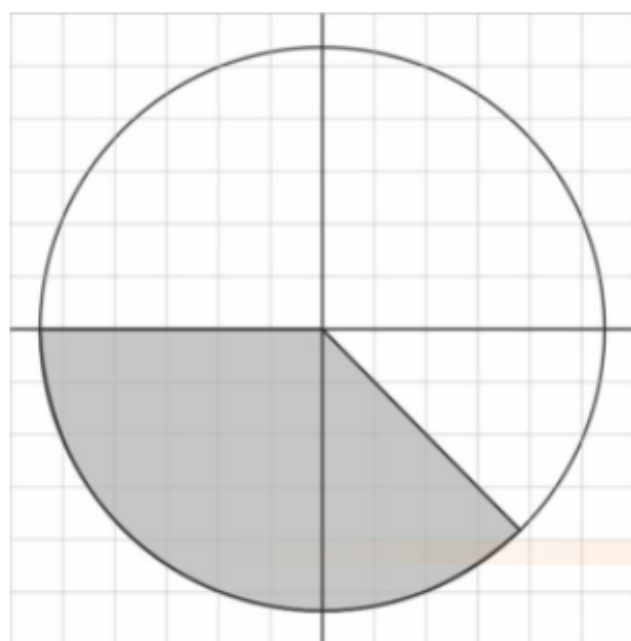
$\frac{10000}{150} = \frac{1000}{15} = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}$ . Очевидно, округляем до меньшего.

Ответ: 66.

# 6-е место

## Задание № 3. Планиметрия

На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 2,8. Найдите площадь закрашенного сектора.



Вам тоже показалось, что надо посчитать, скольким клеточкам на рисунке равен радиус круга?

На самом деле не надо.

Решение:

На рисунке изображен сектор, то есть часть круга. Но какая же это часть? Это четверть круга и еще  $1/8$  круга, то есть  $3/8$  круга.

Значит, нам надо умножить площадь круга на  $3/8$ . Получим:

$$\frac{3}{8} \cdot 2,8 = 1,05$$

Обратите внимание – нужно найти площадь закрашенного сектора, который на рисунке показан темным цветом. А площадь оставшейся части (как многие из вас делают) находить не надо!

Ответ: 1,05.

# 5-е место

## Задание №10

Знаменитая задача про рельс. Сколько абитуриентов отправились вместо «бюджета» на платное из-за того, что не проверили ответ, который нашли в этой задаче!

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0=10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}$  – коэффициент теплового расширения,  $t$  – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Решение:

Запомни, друг: видишь в задаче на ЕГЭ рельс – включай мозги! И если у тебя получилось (как у 90% тех, кто решал эту задачу), что рельс удлинится на 3 миллиметра при температуре 7000 градусов – то этого быть не может. Потому что 7000 градусов – это больше, чем температура на поверхности Солнца! Рельс расплавится.

Зависимость  $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$  – это функция длины рельса от температуры. Длина рельса зависит от температуры, согласно данной в условии формуле. Подставим в эту формулу начальные значения:

$$l_0 = 10 \text{ м и } \alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}.$$

Рельс удлинился на 3 мм, то есть в какой-то момент его длина стала на 3 мм больше. Значит, при определенной температуре длина рельса  $l(t)$  стала равной 10 м + 3 мм.

Теперь переведем миллиметры в метры. Один миллиметр – это одна тысячная часть метра ( $1 \text{ мм} = 0,001 \text{ м} = 10^{-3}$  метра).

$$l(t) = 10 + 3 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}$$

Получим:

$$10 + 3 \cdot 10^{-3} = 10(1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t)$$

Это линейное уравнение с одной переменной  $t$ . Раскроем скобки в правой части

$$10 + 3 \cdot 10^{-3} = 10 + 12 \cdot 10^{-5} \cdot t$$

Находим  $t$ :

$$t = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-5}} = \frac{1}{4} \cdot 10^2 = \frac{100}{4} = 25.$$

При температуре 25 градусов Цельсия рельс удлинится на 3 мм.

Ответ: 25



Еще одна знаменитая задача: сожги прибор, посмотри на пожарных!

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  – время в минутах,  $T_0 = 1400$  К,  $a = -10$  К/мин,  $b = 200$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Решение:

По условию, зависимость температуры нагревательного элемента от времени определяется формулой:

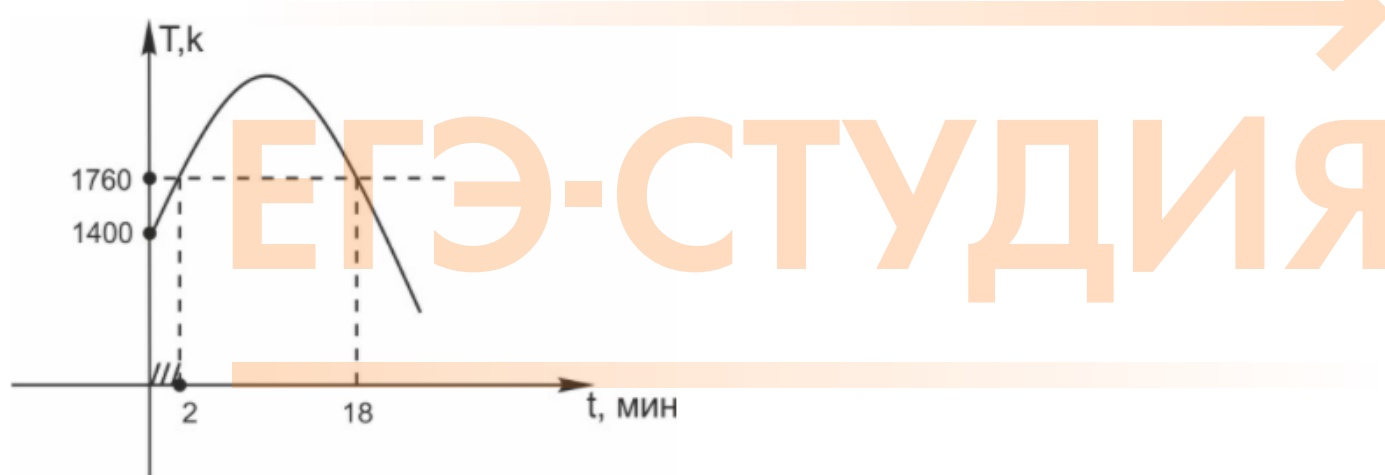
$$T(t) = 1400 + 200t - 10t^2.$$

В нормальном режиме работы прибора должно выполняться неравенство  $T \leq 1760$ , или

$$1400 + 200t - 10t^2 \leq 1760.$$

Нарисуем график зависимости температуры нагревателя от времени:

$T(t) = 1400 + 200t - 10t^2$ . Это квадратичная парабола с ветвями вниз.



Мы включаем прибор в момент времени  $t = 0$ . Температура нагревателя повышается и в момент времени  $t_1$  достигает 1760 К. Если в этот момент прибор не выключить, температура продолжает повышаться. Но это значит, что прибор испортится, то есть сгорит!

Сгорит совсем! И если вы в реальной ситуации не выключили прибор в момент  $t_1$  и ждете момента  $t_2$ , когда температура снова станет равна 1760 К, то дождетесь многого! А именно: заполнения помещения черным удушливым дымом, приезда пожарных и риторических вопросов: «Кто это сделал!?»

Ясно, что отключать прибор надо в момент времени  $t_1$ .

Осталось найти  $t_1$ . Решим квадратичное неравенство:  $-t^2 + 20t - 36 \leq 0$ .

Корни соответствующего квадратного уравнения:  $t_1 = 2$ ,  $t_2 = 18$

Мы нашли, что  $t_1 = 2$ .

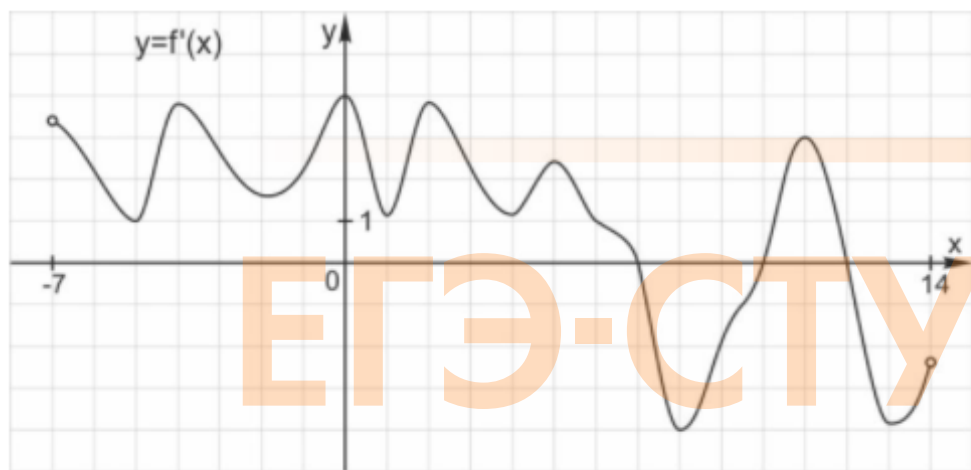
Ответ: 2.

# 3-е место

## Задание № 7

Производная. Во-первых, пора наконец понять, что это такое. И что функция и ее производная – это не одно и то же. Во вторых, надо внимательно читать условие!

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 9]$ .



Решение:

Очень внимательно читаем условие задачи. Изображен график производной, а спрашивают о точках максимума функции. В точке максимума производная равна нулю и меняет знак с «плюса» на «минус». На отрезке  $[-6; 9]$  такая точка всего одна! Это  $x=7$ .

А вот эти все «горки», которые вы старательно пытаетесь посчитать, - это точки максимума производной, и о них вас спросят не сейчас, а на первом курсе.

Ответ: 1.

# 2-е место

## Задание № 11

Снова производная. Запомни: точка минимума функции и наименьшее значение функции на отрезке – это не одно и то же!

Найдите наименьшее значение функции  $y = 4x^2 - 10x + 2 \ln x - 5$  на отрезке  $[0, 3; 3]$ .

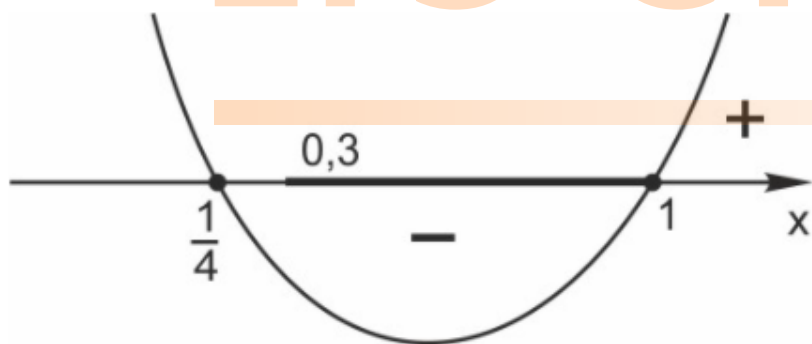
Решение:

Найдем производную функции  $4x^2 - 10x + 2 \ln x - 5$  и приравняем ее к нулю.

$$y'(x) = 8x - 10 + \frac{2}{x};$$

$$y'(x) = 0 \text{ при } x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}.$$

Найдем знаки производной.



Точка  $x_1 = 1$  – точка минимума функции  $y(x)$ . Точка  $x_2 = \frac{1}{4}$  не лежит на отрезке  $[0, 3; 1]$ . Поэтому  $y(0, 3) > y(1)$  и  $y(3) > y(1)$ . Значит, наименьшее значение функции на отрезке  $[0, 3; 1]$  достигается при  $x = 1$ . Найдем это значение.

$$y_{\min}(x) = y(1) = 4 - 10 - 5 = -11$$

Ответ: -11.

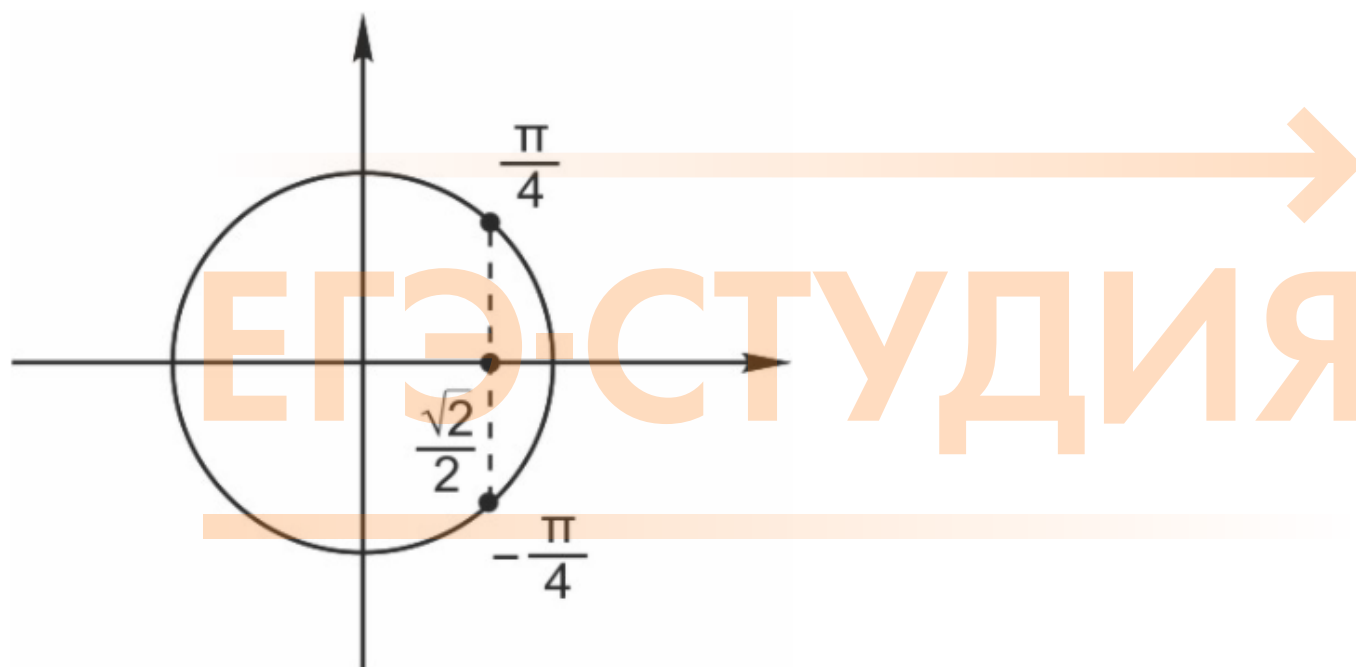
Знаешь ли ты, что в задании 5 (Уравнение) вам может встретиться настоящая задача из 2 части ЕГЭ? Настоящее тригонометрическое уравнение, как в задаче 13. С отбором корней. Какая коварная ловушка!

Найдите корень уравнения  $\cos \frac{\pi(x+1)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

Типичная ошибка – решать это уравнение в уме. Мы не будем так делать! Несмотря на то, что это задание включено в первую часть варианта ЕГЭ, оно является настоящим тригонометрическим уравнением, причем с отбором решений.

Сделаем замену  $\frac{\pi(x+1)}{4} = t$ . Получим:  $\cos t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .



Получаем решения:  $t = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ . Вернемся к переменной  $x$ .

$$x + 1 = \pm 1 + 8n, n \in Z$$

$$\begin{cases} x = 8n, n \in Z \\ x = -2 + 8n. \end{cases}$$

Первой серии принадлежат решения -8; 0; 8...

Вторая серия включает решения -2; 6; 14...

Наибольший отрицательный корень – тот из отрицательных, который ближе всех к нулю. Это  $x = -2$ .

Ответ: -2.

## Ну как?

Ну как? Ты все еще уверен, что Часть 1 ЕГЭ, то есть задания с кратким ответом, - это «тест»? И что ты решишь любую задачу из Банка заданий ФИПИ?

Или сделал вывод о том, что надо скорректировать свою подготовку к ЕГЭ?

**Мы готовы тебе помочь!**

**Ege-study.ru | 8 (800) 775 06 82**



malkova\_ege



egestudy



MalkovaAnna