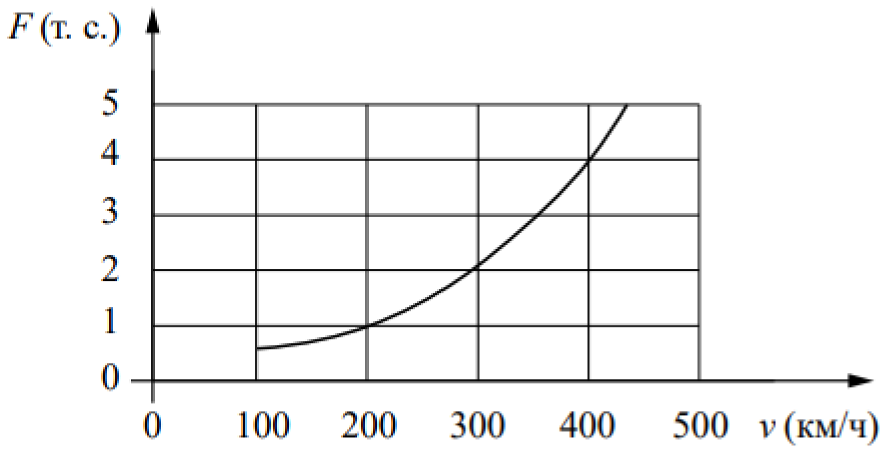
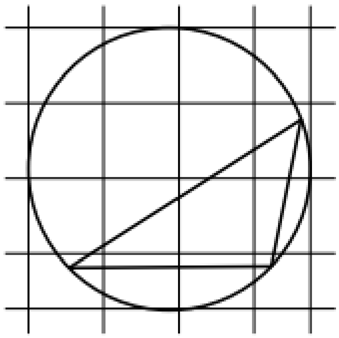
Стрим 11 февраля 2021. Видеоразбор Тренировочной работы от 10 февраля, Статград.

1. По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 24 рубля. Если вечером на счету меньше 24 рублей и снятие невозможно, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счету было 200 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?

2. Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит от скорости движения. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 400 км/ч.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.

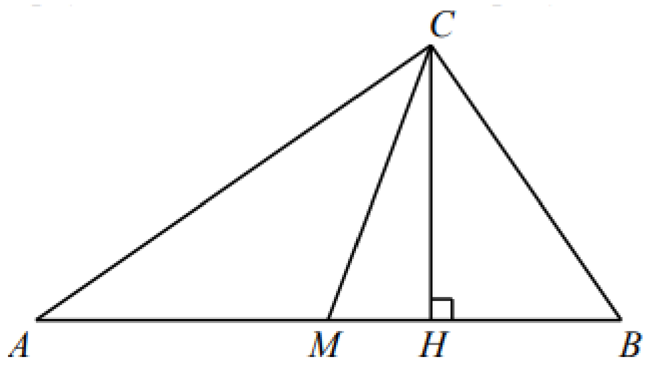


4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 21 пассажира, равна 0,93. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,49. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 20.

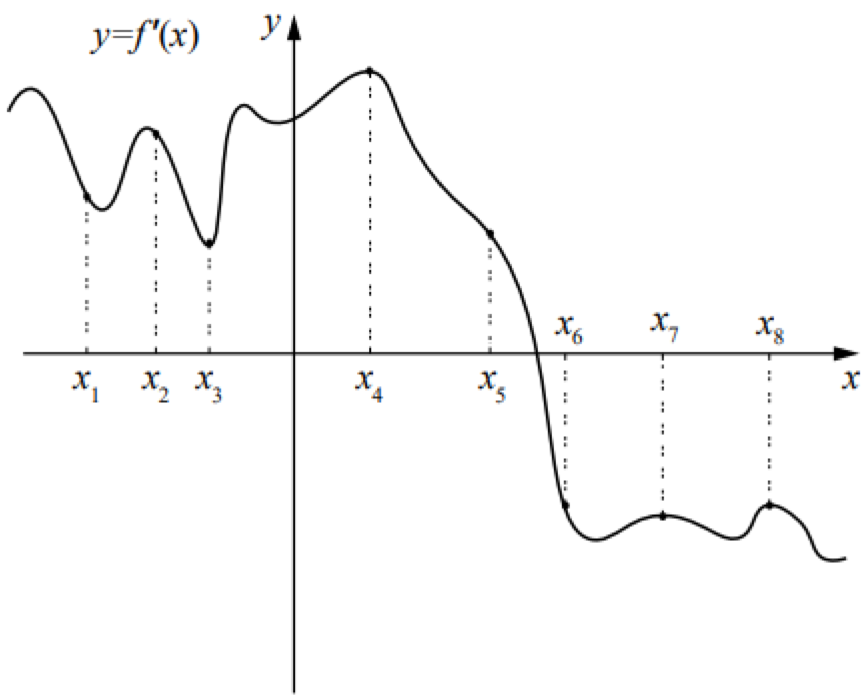
5. Найдите корень уравнения

$$2^{\log_{16}(2x-5)} = 2.$$

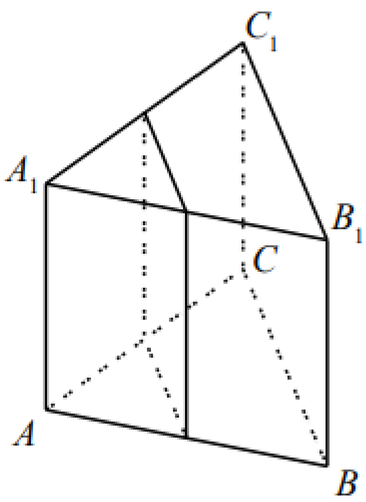
6. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 38°. Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. Сколько из этих точек лежит на промежутках убывания функции $f(x)$?



8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 8, а боковое ребро равно 20. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер AB, AC, A_1B_1 и A_1C_1.



9. Найдите значение выражения

$$\frac{8^{\sqrt{5}} \cdot 3^{\sqrt{5}}}{24^{\sqrt{5}-2}}.$$

10. При нормальном падении света с длиной волны λ = 450 нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решётке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением d sinφ = kλ. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать третий максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1350 нм?

11. Имеется два сосуда. Первый содержит 50 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 10 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 13 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

12. Найдите точку максимума функции

$$y = 8^{-6-10x-x^2}.$$

13. а) Решите уравнение $2\sin 2x - \cos x = \sqrt{3}\sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. Основание пирамиды $DABC$ — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C. Высота пирамиды проходит через точку B. Точки M и N — середины рёбер AD и BC соответственно.
а) Докажите, что MN является биссектрисой угла BMC.
б) Найдите угол между прямыми BD и MN, если $BD = 6\sqrt{2}$, $AC = 16$.

15. Решите неравенство: $5^{\frac{x^2-7|x|+10}{x^2-6x+9}} \leq 1$.

16. В треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 10$, $BC = 12$.
На стороне AB отметили точки M_1 и M_2 так, что $AM_1 < AM_2$. Через точки M_1 и M_2 провели прямые, перпендикулярные стороне AB и отсекающие от треугольника ABC пятиугольник, в который можно вписать окружность.
а) Докажите, что $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$.
б) Найдите площадь данного пятиугольника.

17. По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n, при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18. Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(x^2 - 5 + \ln(x - a))^2 = (x^2 - 5)^2 + \ln^2(x - a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0;3].

19. Для любого натурального числа n ($n \geq 1$) обозначим через O (n) количество нечётных цифр в десятичной записи этого числа.
Например, O (123) = 2, а O (2048) = 0.
а) Существует ли такое натуральное число n, что $O(4 \cdot n) = O(n) + 2$?
б) Существует ли такое натуральное число n, что $O(5^n + 2^{n+1} - 2) > n$?
в) Для какого наименьшего натурального числа n выполнено равенство $O(11 \cdot n) = O(n) + 2$?