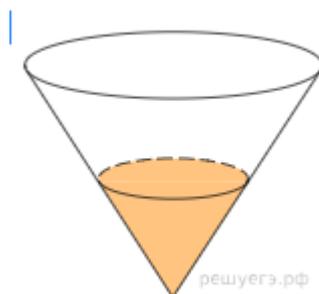


18 февраля. Стрим: Лайфхаки и ловушки 1 части ЕГЭ по математике

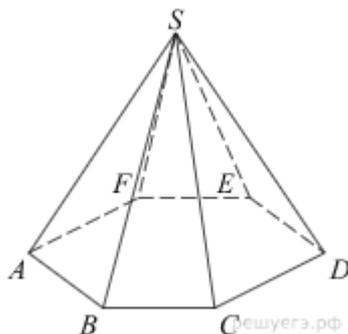
Разбираем задачи № 4, 6, 8, 10, 11, 12 из вариантов ЕГЭ

1. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию $A = \{\text{сумма очков равна } 2\}$?
2. На фабрике керамической посуды 10 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.
3. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?
5. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 69 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 69 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент А. получит не менее 69 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,6, по иностранному языку — 0,6 и по обществознанию — 0,9. Найдите вероятность того, что А. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.
6. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.
7. Решите уравнение $\sqrt{6 + 5x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

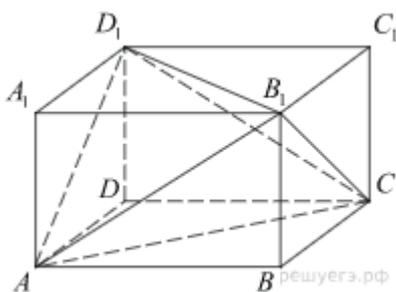
8. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 18. Найдите ее среднюю линию.
9. В треугольнике ABC стороны $AC = 37,5$, $BC = 20$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.
10. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 74 и 41. Найдите среднюю линию этой трапеции.
11. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $\sqrt{3}$.
12. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 61° . Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.
13. Около окружности, радиус которой равен 1, описан многоугольник, периметр которого равен 8. Найдите его площадь.
14. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.
15. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 84. Найдите длину её средней линии.
16. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $82 + 41\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
17. Дано два шара. Радиус первого шара в 19 раз больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
18. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 25 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рисунок). Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?



19. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AC_1 = 2BC$. Найдите угол между диагоналями BD_1 и CA_1 . Ответ дайте в градусах.
20. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 6, боковое ребро равно 12. Найдите объём пирамиды.



21. Объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 4,5. Найдите объём треугольной пирамиды $AD_1 C B_1$.



22. В цилиндрический сосуд налили 2000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объём детали? Ответ выразите в см^3 .
23. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.
24. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a увеличение в 25 раз объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 5 раз?

Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону

$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150$ °/с, фаза $\varphi = 45^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, то загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

25. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 25 часов после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?
26. Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 8 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 8 часов раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.
27. На изготовление 486 деталей первый рабочий затрачивает на 9 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 621 детали. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?
28. Из одной точки кольцевой дороги, длина которой равна 22 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 113 км/ч, и через 30 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
29. Из городов A и B навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 12 часов раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 2 часа 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?
30. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{-11 + 12x - x^2}$.
31. Найдите наименьшее значение функции $y = 2^{x^2+2x+5}$.
32. Найдите наименьшее значение функции $y = 6x - \ln(6x) + 17$ на отрезке $\left[\frac{1}{12}; \frac{5}{12}\right]$.
33. Найдите наибольшее значение функции $y = 27x - 27\operatorname{tg} x + 43$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.
34. Найдите наименьшее значение функции $y = -17 - 6,5\pi + 26x - 26\sqrt{2} \sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.