

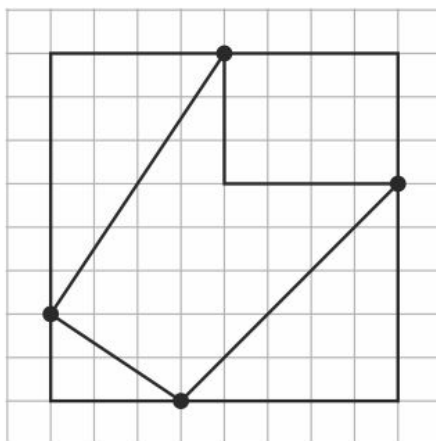
Вариант 2

Часть 1. Задания с кратким ответом

1. Бабушка печет оладушки, причем каждую оладушку необходимо выпекать в течение одной минуты с каждой стороны, а на сковородке помещается не более двух оладушек. Какое наименьшее время (в минутах) нужно бабушке, чтобы испечь 3 оладушки?
2. На графике показано изменение напряжения на батарейке (в вольтах) в зависимости от времени её использования в фонарике. На оси абсцисс откладываются часы и минуты, на оси ординат — напряжение в вольтах. Известно, что фонарик работает только при напряжении, большем 1,2 В. Сколько минут проработает фонарик на этой батарейке?



3. Найдите площадь фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 x 1 см. Ответ выразите в см².



4. 11 человек случайным образом рассаживаются за круглым столом, среди них Андрей и Наташа. Найти вероятность того, что Андрей и Наташа будут сидеть рядом.

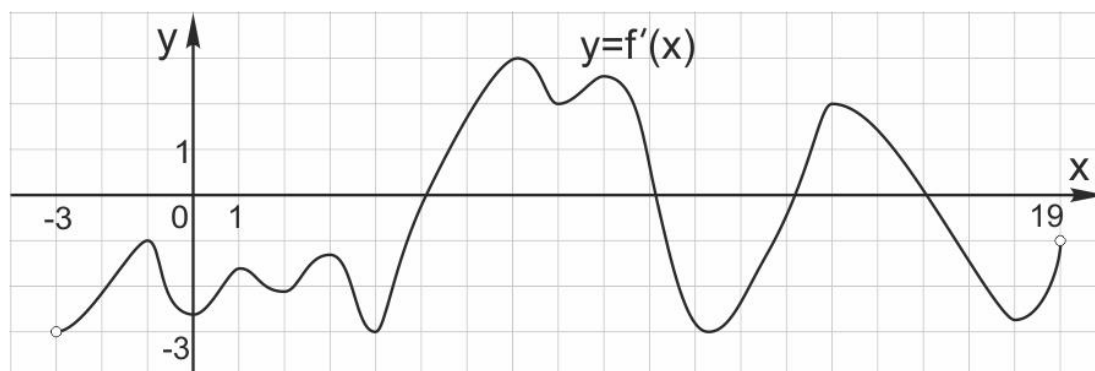
5. Решите уравнение:

$$\frac{x^2 + 10}{7x - 14} = \frac{x}{x - 2}$$

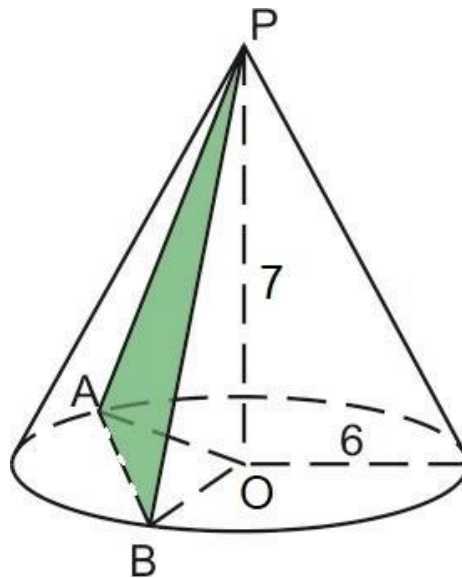
Если уравнение имеет несколько корней, в ответе запишите меньший корень.

6. Найдите радиус наименьшего круга, в который помещается треугольник со сторонами 6, 7 и 10.

7. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + \sqrt{173}$ или совпадает с ней.



8. Высота прямого кругового конуса $PO = 7$, радиус основания $OA = OB = 6$, угол AOB равен 30° . Найдите объем треугольной пирамиды $POAB$.



9. *Ольга Чемезова* Вычислите:

$$\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}$$

10. *Анна Малкова* На поверхности планеты Венеры температура T и атмосферное давление P соответственно равны 750 К и 9120 кПа. Найдите плотность атмосферы у поверхности планеты, считая, что она состоит из углекислого газа с молярной массой M , приблизительно равной 44 г/моль, который подчиняется уравнению состояния идеального газа: $PV = \frac{m}{M}RT$.

Здесь m - масса газа, V - его объем. Напоминаем, что плотность - физическая величина, равная отношению массы тела к занимаемому этим телом объему. Универсальную газовую постоянную R приблизительно принять равной 8 Дж/ (моль · К)

Ответ выразите в кг/м³.

11. Найдите скорость поезда, зная, что он проходит мимо неподвижного наблюдателя за 7 секунд и затрачивает 25 секунд на то, чтобы пройти с той же скоростью мимо платформы длиной 378 м. Ответ выразите в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$.

Часть 2. Задания с развернутым ответом

13. а) Решите уравнение $tg8x - tg3x = \sin 5x$

б) Найдите все корни уравнения на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

14. *Анна Малкова*

В прямом круговом конусе с вершиной S отрезок AC – диаметр основания. Точка B лежит на окружности основания конуса, угол ACB равен 45° .

а) Докажите, что SB и AC перпендикулярны.

б) Пусть точка M – середина BC , $AB = 4$, высота конуса равна 9. Найдите угол между прямыми AM и SB .

15. *Анна Малкова*

Решите неравенство:

$$\frac{12^2}{5^x-1} - \frac{10^2}{5^x-5} \geq 1$$

16. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC угол A – прямой, лучи AB и DC пересекаются в точке K , точки C и D лежат на окружности, которая касается стороны AB в точке E .

а) Докажите, что $KE : KC = KD : KE$ (другими словами, докажите теорему о секущей и касательной)

б) Известно, что $AD = 4$, $BC = 3$, точка F лежит на стороне CD так, что EF перпендикулярна CD .

Найдите EF .

17. *Анна Малкова*

По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 5% сумму, имеющуюся на вкладе, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 8% в течение каждого из первых двух лет. Какое наименьшее целое неотрицательное число процентов может начислить банк по вкладу «Б» за третий год, чтобы вклад «Б» оказался выгоднее вклада «А»?

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(a + 1)\operatorname{tg}^2 x - \frac{2a + 4}{\cos x} - 7a + 1 = 0$$

имеет более одного решения на интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

19. Рассматриваются конечные непостоянные арифметические прогрессии, состоящие из натуральных чисел, которые не имеют простых делителей, отличных от 2 и 3.

а) Может ли в этой прогрессии быть три числа?

б) Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?