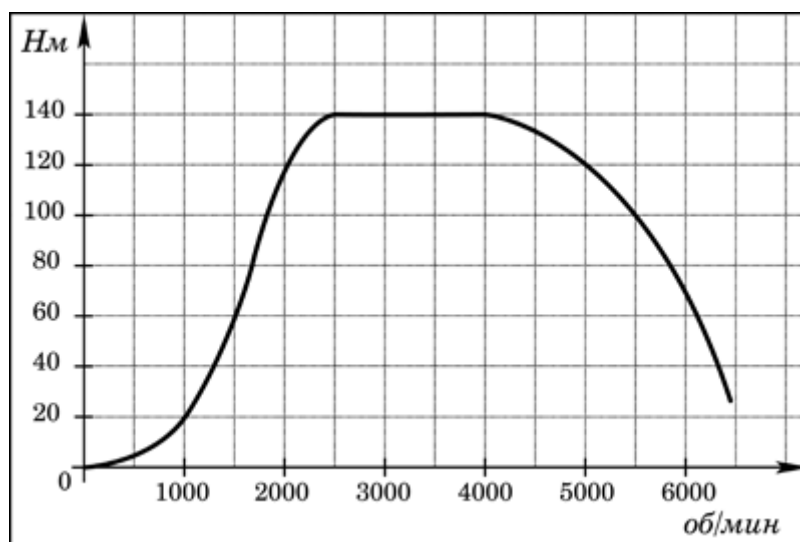


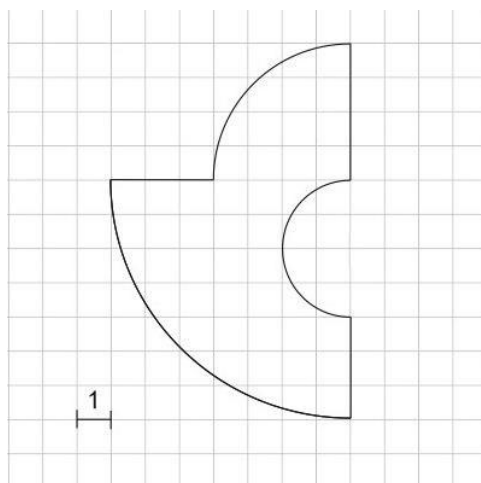
## Вариант 3

### Часть 1. Задания с кратким ответом

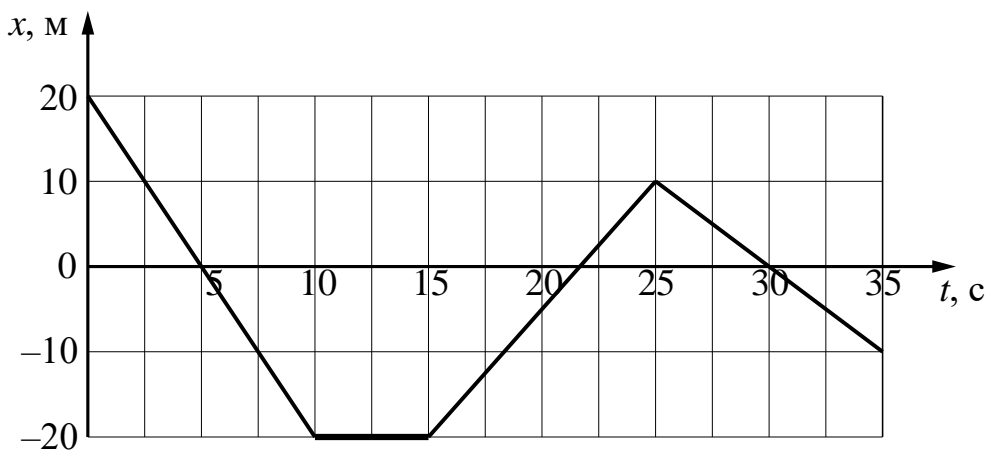
1. *Анна Малкова* Когда в ноябре 2020 года курс доллара стал равен 77,5 рублей, Валентина Петровна решила потратить  $S$  тысяч рублей на покупку долларов. На сколько процентов больше получилась бы сумма в долларах, если бы Валентина Петровна сделала это в январе 2020 года, когда курс доллара составлял 62 рубля?
2. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в  $\text{Н} \cdot \text{м}$  (Ньютонах на метр) Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее  $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



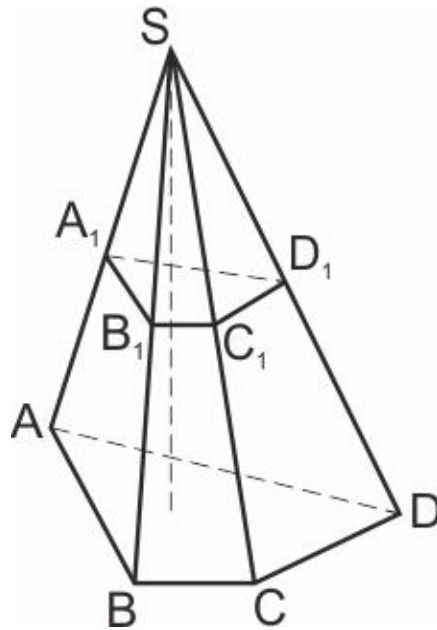
3. *Анна Малкова* Найдите площадь фигуры  $S$ , изображенной на клетчатой бумаге. В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .



4. Анна Малкова Жил старик со своею старухой у самого синего моря. Старик ловил неводом рыбу, закидывая невод до тех пор, пока не поймает хотя бы одну. В результате многолетних наблюдений старик заметил, что вероятность поймать рыбу при первом закидывании невода равна 0,4, а при последующих 0,6. Сколько раз старику надо закинуть невод, чтобы вероятность поймать хотя бы одну рыбу была не менее 0,95?
5. Найдите корень уравнения  $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$ .
6. Найдите сторону ромба, если радиус вписанной в него окружности равен  $\sqrt{3}$ , а больший из углов ромба равен 120 градусов.
7. На рисунке приведён график зависимости координаты тела  $x$  от времени  $t$  при его прямолинейном движении по оси  $X$ .



- Определите модуль скорости тела  $v$  в промежутке времени от 25 до 30 с. Ответ выразите в м/с.
8. Площадь основания  $ABCD$  пирамиды  $SABCD$  равна 6, высота равна 6. Через середину высоты параллельно основанию пирамиды проведено сечение, которое является основанием меньшей пирамиды с той же вершиной. Найдите объем меньшей пирамиды.



9. Найдите значение выражения:

$$(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2$$

10. *Антон Акимов* Дальность полета  $L$  мяча, брошенного под углом  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) к горизонту, зависит от начальной скорости  $v_0$  и угла  $\alpha$  по закону  $L = 0,1v_0^2 \sin 2\alpha$ , где  $L$  измеряется в метрах, а  $v_0$  в метрах в секунду. Определите, при каком максимальном значении  $\alpha$  дальность полета будет не меньше 5 метров, если начальная скорость мяча составляет 10 метров в секунду. Ответ дайте в градусах.

11. *Анна Малкова* Стоя на носу баржи «Анна Каренина», идущей против течения реки, капитан случайно уронил в воду свой паспорт. Документ не утонул, а поплыл по течению и был выловлен через 4 минуты матросом, находившимся на корме теплохода «Дубровский», который следовал за «Анной Карениной», причем расстояние от кормы «Анны Карениной» до носа «Дубровского» в момент падения паспорта было равно 725 метров.

Найдите длину баржи «Анна Каренина», если длина теплохода «Дубровский» 23 метра, а его скорость в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ выразите в метрах.

12. Найдите точку максимума функции  $y = (2x - 3) \cos x - 2 \sin x + 5$ , принадлежащую промежутку  $(0; \frac{\pi}{2})$ .

## Часть 2. Задания с развернутым ответом

13. а) Решить уравнение  $\frac{8(\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x)}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x} = 2 \cos 4x + 5$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

14. *Анна Малкова*

а) Докажите, что центр сферы, вписанной в правильную четырехугольную пирамиду  $SABCD$ , лежит на высоте пирамиды.

б) В правильной пирамиде  $SABCD$  ребро основания равно 10, высота равна 12. В каком отношении центр вписанной сферы делит высоту пирамиды?

15. Решите неравенство:

$$x^2 \log_{125}(-x - 2) \geq \log_5(x^2 + 4x + 4).$$

16. *Анна Малкова*

На сторонах прямоугольного треугольника  $ABC$  построены квадраты, лежащие вне треугольника.

Пусть  $P$  и  $Q$  – центры квадратов, построенных на катетах  $AC$  и  $BC$ ,  $O$  – центр квадрата, построенного на гипотенузе.

а) Докажите, что  $OC = PQ$ .

б) Катеты треугольника  $ABC$  даны:  $BC = 5$ ,  $AC = 12$ . Пусть  $АН$  - высота треугольника  $AOC$ . Найдите площадь четырехугольника  $ВОHQ$ .

17. В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остается равным  $S$  тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 338 тыс. рублей;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

18. *Анна Малкова*

Найдите все значения параметра  $q$ , при каждом из которых уравнение имеет ровно 2 решения на отрезке  $[0; 3]$ :

$$4 \sin \frac{2^x + qx - 1}{2} \cos \frac{2^x - qx + 1}{2} = 3(1 - qx - 2^x)$$

19. *Антон Акимов* Василий Васильевич вспоминал, как в студенческие времена, взяв менее 100 рублей, пошёл гулять. Заходя в какой-нибудь магазин и имея при этом  $m$  рублей  $n$  копеек, он тратил  $n$  рублей  $m$  копеек.

а) Мог ли студент Вася посетить ровно два магазина?

б) Мог ли студент Вася посетить ровно три магазина?

в) Какое наибольшее число магазинов смог посетить Вася?