15 марта. Разбор Тренировочной работы №4, Статград

Часть 1

Вариант Восток

1.

Найдите корень уравнения $\log_2(-6-x)=5$.

2.

В сборнике билетов по философии всего 50 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Пифагор». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме «Пифагор».

3.

Диагонали четырёхугольника равны 34 и 38. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.

4.

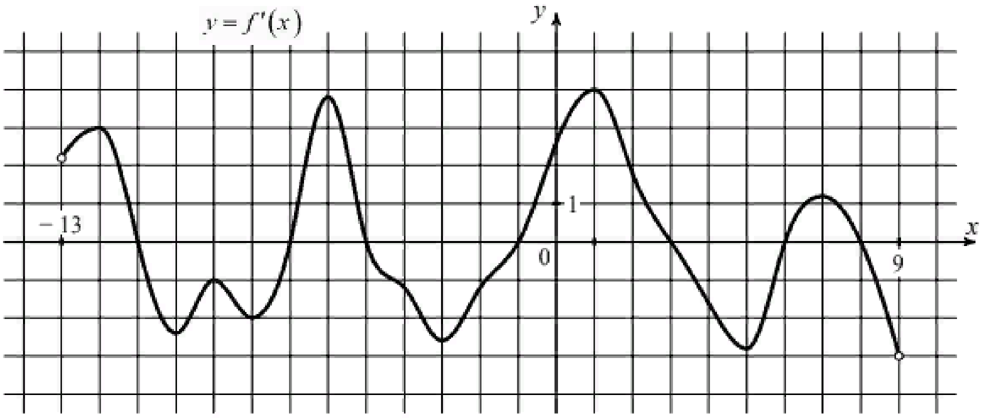
Найдите значение выражения $\left(\left(5x^6\right)^2-\left(3x^4\right)^3\right):\left(2x^{12}\right)$ при $x=\sqrt{31}-2$.

5.

Основанием прямой призмы является ромб с диагоналями, равными 10 и 24. Найдите боковое ребро призмы, если площадь её поверхности равна 422.

6.

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-12; 5]$.



Вариант Запад

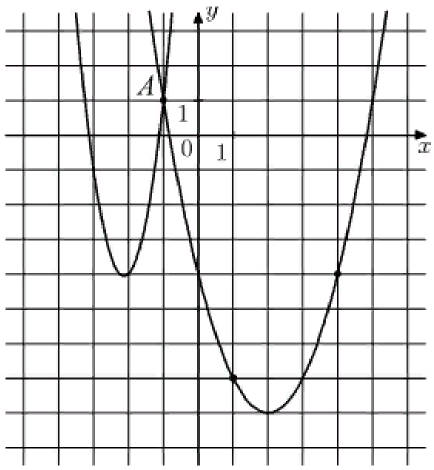
7.

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа равна 184 мг. Период его полураспада составляет 7 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

8. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 450 метров меньше, чем скорый, и на путь в 630 км тратит времени на 3 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

9.

На рисунке изображены графики функций $f(x)=4x^2+17x+14$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



10.Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 5 и 6 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 5 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

11. Найдите точку максимума функции $y=x^5+15x^3-260x$.

Часть 2

№12 Восток

а) Решите уравнение $\frac{4\cos 2x+10\sin x-7}{16\cos^2 x-7}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7}{2}\pi; -2\pi\right]$.

№13 Запад

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD.

а) Докажите, что $\angle AHC=90°$.

б) Найдите объём пирамиды, если $HA=\sqrt{2}$ и $HC=4$.

№14 Восток

Решите неравенство $4\log_{\frac{1}{16}}\left(2x^2+3x-9\right)\le\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+4x+3\right)$.

№15. Восток

В июле планируется взять в банке некоторую сумму в кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года нужно внести платёж, равный 2,5 млн рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что долг был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

№16 Запад

Из вершины тупого угла C треугольника ABC проведена высота CH. Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, а прямая CH — эту окружность в точке D.

а) Докажите, что угол MDN равен сумме углов A и B треугольника ABC.

б) Найдите отношение MN к AB, если известно, что $CM:MA=2:25$ и $CN:NB=2:1$.

№17 Запад

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$2\cos^2 x+\left(5a+\frac{1}{a+1}\right)|\sin x|=a^2-6a+2$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

№18 Запад

У Вани есть несколько пакетов с вещами, каждый из которых весит целое число килограммов. Он хочет разложить все эти пакеты, не перекладывая их содержимое, по n имеющимся у него одинаковым рюкзакам. В каждый рюкзак можно положить любое число пакетов, суммарная масса которых не превосходит m килограммов.

а) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 3, 6, 9, 12, 15, 18 и 21 кг, если $n = 3$ и $m = 29$?

б) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 2, 5, 8, 11, 14, 17 и 20 кг, если $n = 3$ и $m = 26$?

в) Какое наименьшее значение может принимать m, чтобы Ваня при $n = 4$ смог разложить таким образом девять пакетов, которые весят 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 и 19 кг?