

## Back to school! Мини-курс Анны Малковой. Вспомним всё!

### Текстовые задачи

1. Десять одинаковых пирожных дороже большого торта на 4%. На сколько процентов пятнадцать таких же пирожных дороже торта?
  2. Василий поссорился с Машей, и они с одинаковыми скоростями пошли по улице в противоположных направлениях. Через 10 минут Василий повернул назад и, увеличив скорость в три раза, стал догонять Машу. Через сколько минут Василий догнал Машу?
  3. В солнечный летний день сидящая на высокой травинке бабочка заметила, что в 20 метрах от нее находится прекрасная роза. Бабочка полетела к розе, но через 5 метров налетел встречный ветерок и замедлил ее полет. Какой была вначале скорость бабочки, если скорость ветерка 2 м/с, а путь от травинки до розы занял 6 секунд? Ответ дайте в метрах в секунду.
  4. Пристани  $A$  и  $B$  расположены на озере, расстояние между ними равно 234 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из  $A$  в  $B$ . На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из  $A$  в  $B$ . Найдите скорость баржи на пути из  $A$  в  $B$ . Ответ дайте в км/ч.
  5. Байдарка в 10:00 вышла из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расположенный в 15 км от  $A$ . Пробыв в пункте  $B$  1 час 20 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт  $A$  в 16:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки 2 км/ч.
6. *Анна Малкова* До Валентины Петровны дошли слухи, что в одной отдаленной деревне дешево продается сахар (необходимый для изготовления компота и других целей). Валентина Петровна садится на трактор, едет в эту отдаленную деревню, заготавливает сахар и возвращается домой, уменьшив скорость трактора на 3 км/ч. Обратный путь занимает на полчаса больше времени. Покупка и погрузка сахара заняла час, Валентина Петровна отсутствовала дома 5 с половиной часов. Сколько всего километров она проехала на тракторе?

7. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.
8. *Анна Малкова*  
Валентина Петровна затеяла делать пельмени на продажу. Получив срочный заказ, она позвала на помощь внучку Любу. Делая на 2 пельмени в минуту меньше, чем Валентина Петровна, Люба слепила 39 пельменей на 4 минуты быстрее, чем Валентина Петровна 85 пельменей. Сколько пельменей в минуту лепит Валентина Петровна, при условии, что это число – целое?
9. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 100 км/ч, вторую треть — со скоростью 75 км/ч, а последнюю — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
10. На изготовление 837 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 899 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?
11. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 82 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?
12. *Анна Малкова* Студент Василий и его друг Иван хотят создать совместный бизнес. Если Иван в качестве стартового капитала вложит в бизнес 40% имеющихся у него денег, а Василий – 45% своих денег, то общая сумма составит 430 тыс. рублей. Если же Иван внесет 45% имеющихся у него денег, а Василий – 40% своих денег, то общая сумма составит 420 тыс. рублей. Найдите, какой суммой денег располагает Василий.

### **Арифметическая и геометрическая прогрессии**

13. *Анна Малкова* Максим решил накопить на айфон последней модели и 1 марта положил в копилку 10 рублей. С этого дня Максим ежедневно опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день. Сколько рублей будет в копилке 31 мая, после того как Максим, как обычно, положит туда деньги?

14. *Анна Малкова* Степан хочет сдать ЕГЭ по математике не ниже 80 баллов, но при этом не напрягаться. 30 сентября Степан написал Репетиционный ЕГЭ на 37 баллов. Он рассчитывает, что каждый месяц его результат будет увеличиваться на 5 тестовых баллов. Сколько месяцев занятий нужно Степану, чтобы он смог решить вариант ЕГЭ не хуже, чем 80 баллов?
15. *Анна Малкова* Начинаящий видеоблогер Маша подсчитала, что каждый ее следующий новый видеоролик набирает в 3 раза больше просмотров, чем предыдущий.
- а) Сколько просмотров набрал шестой видеоролик Маши, если первый посмотрели 20 человек?
- а) Сколько просмотров набрали 6 первых видеороликов Маши?
16. Грузовик перевозит партию щебня массой 90 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за десятый день, если вся работа была выполнена за 12 дней.

### Преобразования выражений

17. Вычислить:  $\frac{99^2 + 99 \cdot 97 + 97^2}{99^3 - 97^3}$

18. Вычислите:  $\sqrt{1985^2 - 1984^2}$

19. Вычислить  $\frac{\sqrt{169 \cdot 1,96}}{\sqrt{0,49 \cdot 6,76}}$

20. Вычислите  $\frac{5(m^6)^5 + 13(m^{10})^3}{(3m^{15})^2}$  если  $m = 3,7$ .

21. Вычислите:  $\frac{\left(\frac{2}{83 \cdot 44}\right)^2}{\frac{4}{273 \cdot 3^{-6}}}$

22. Вычислите:  $\frac{(\sqrt{7})^{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt[4]{3\sqrt{7}}}{\sqrt[36]{7^5}}$

23. Найдите значение выражения  $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(a-4)^2}$  при  $2 \leq a \leq 4$ .

24. Вычислите:  $\sqrt{(x-7)^2} + \sqrt{(x-3)^2}$  при  $5 \leq x \leq 6$

25. Вычислить  $\frac{\log_3 33 - \log_3 11}{3^{\log_3 4}}$

26. Найдите значение выражения:  $3 \log_3 2 - \log_3 24$

27.  $\log_{\frac{2}{3}} 32 - \log_{\frac{2}{3}} 243$

28. Найдите значение выражения:

$$\log_{0,5}(3 - \sqrt{3}) + \log_{0,5}(3 + \sqrt{3})$$

29. Найдите значение выражения:

$$\log_2(17 + \log_5 0,2)$$

30. Найдите значение выражения:  $\frac{35 \sin 384^\circ}{\sin 24^\circ}$

31. Найдите  $3 \cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

32. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$

33. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{91}}{10}$  и  $\alpha \in (0; 0,5\pi)$

### Простейшие уравнения

34. Решите уравнение:  $\frac{7-x}{x-2} = \frac{10}{x^2-2x}$

35. Решите уравнение:  $\sqrt{4x} = \sqrt{21-x^2}$

Если уравнение имеет несколько корней, в ответе запишите меньший корень.

36. Решите уравнение:  $16 \cdot 4^x = 64^{\frac{1}{4}}$

Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите меньший корень.

37. Решить уравнение:  $\frac{3}{3^x} = \frac{1}{81}$

38. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi(x+9)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.

## Планиметрия и стереометрия

39. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 16$ ,  $BC = 30$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.
40. Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.
41. Через концы  $A, B$  дуги окружности в  $54^\circ$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.
42. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 10 и 1, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.
43. Если каждое ребро куба увеличить на 5, то его площадь поверхности увеличится на 270. Найдите ребро куба.
44. Куб описан около сферы радиуса 6. Найдите объём куба.
45. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 128 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 8 раз больше первого? Ответ выразите в сантиметрах.
46. Площадь полной поверхности конуса равна 164. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.
47. Объём первого шара в 27 раз больше объёма второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?