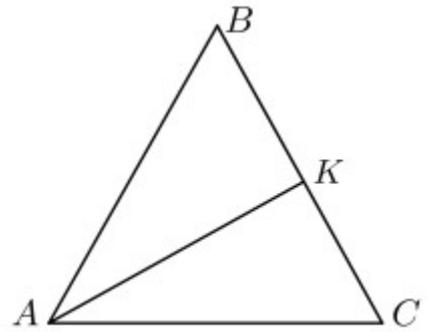
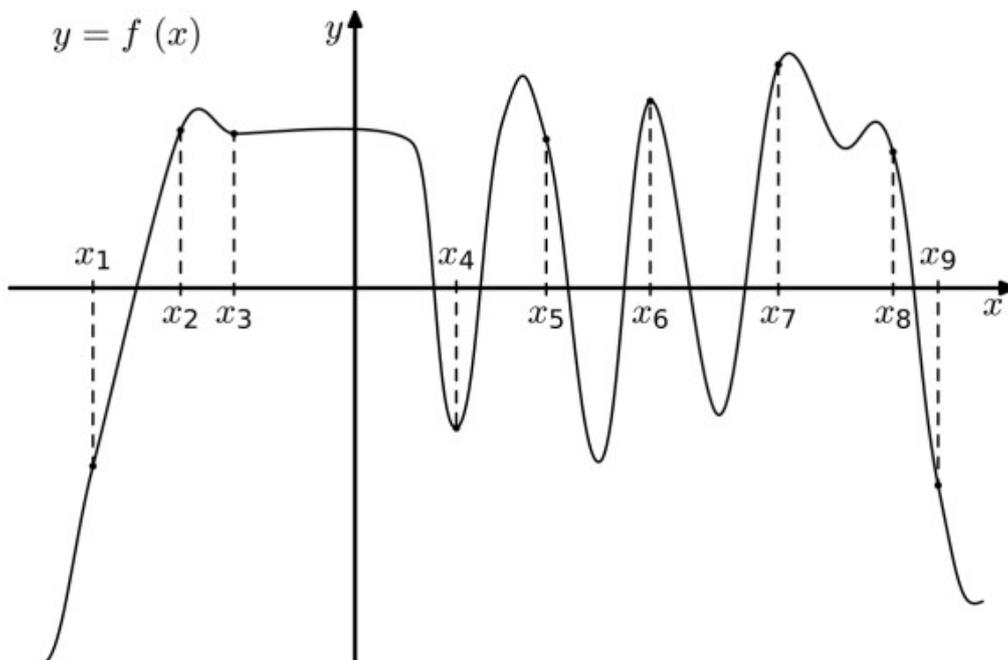


Стрим 8 декабря. Разбор Тренировочной от 3 декабря, Москва

1. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и боковой стороной длины 7. Точка K на стороне BC такая, что $KC = 3, S_{ABC} = 14$. Найдите площадь треугольника ABK .

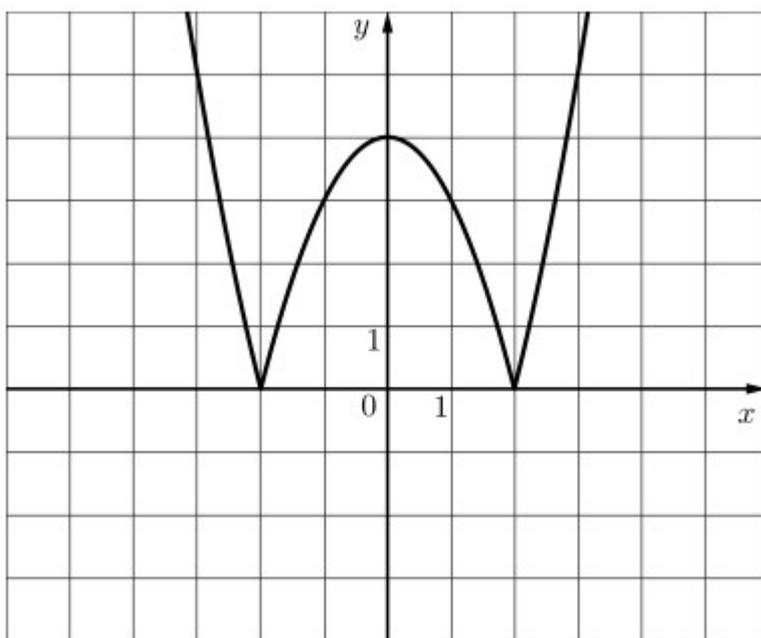


2. Имеется банка в форме цилиндра. Из неё перелили сок в 40 цилиндрических стаканов. Диаметр одного стакана в 4 раза меньше диаметра банки. При этом уровень сока в каждом стакане оказался 8 см. Какой была высота уровня сока в банке? Ответ дайте в сантиметрах.
3. В сборнике 4 билета по теме "Механические колебания". Вероятность того, что ученику попадётся билет не по данной теме равна 0,9. Сколько всего билетов в сборнике?
4. Стрелок стреляет по мишеням 5 раз. Вероятность попадания каждым отдельным выстрелом равна 0,8. Во сколько раз вероятность события, что стрелок попадёт в цель 4 раза больше вероятности события, что он попадёт в цель 3 раза?
5. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{34 - 3x} = 4$.
6. Найдите значение выражения $3^{-0,7} \cdot 3^{1,3} \cdot 9^{0,7}$.
7. Дан график функции $y = f(x)$.



Найдите количество точек, для которых $f(x) \cdot f'(x) > 0$.

8. Полная энергия падающего тела вычисляется по формуле $E_{\text{пол}} = \frac{mv^2}{2} + mgh$. С какой скоростью двигалось тело массой 3 кг в момент, когда оно находилось на высоте 1,5 м, если его полная энергия в этот момент составляла 68,1 Дж? Ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.
9. Из двух городов, расстояние между которыми 720 км, выехали навстречу друг другу два поезда. Второй поезд выехал на час позже первого и едет со скоростью на 4 км/ч больше скорости первого. Поезда встретились ровно в середине пути. Найдите скорость первого поезда.
10. Дан график $f(x) = |ax^2 + bx + c|$, где a, b, c – целые числа. Найдите $f(4)$.



11. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{1}{\cos^2 x + 2 \cos x + 5}$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.
12. а) Решите уравнение $\frac{5 \cos(2x) - 3 \cos x + 1}{25 \sin^2 x - 9} = 0$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.
13. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на ребре AA_1 отмечена точка E так, что $A_1 E : EA = 3 : 2$. Точка T – середина ребра $B_1 C_1$, $AA_1 = 10$ и $AD = 6$.
- а) Докажите, что сечение параллелепипеда плоскостью ETD_1 – равнобедренная трапеция.
- б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1 , если $AB = 2\sqrt{10}$.

14. Решите неравенство $4^{\frac{2}{x}} + 3 \geq 4^{\frac{1+x}{x}}$

15. В банке можно открыть один из двух вкладов. По вкладу А в конце каждого из трёх лет начисляется по 20% от суммы вклада в начале года. По вкладу Б в конце каждого из первых двух лет начисляется по 22% от суммы вклада в начале года. При каком наименьшем целом количестве начисляемых за третий год процентов по вкладу Б, вклад Б будет выгоднее вклада А?

16. Дан прямоугольный треугольник ABC . Квадрат $CKNM$, такой, что точки K и M лежат на катетах AC и BC соответственно, а N лежит на гипотенузе AB . Квадрат $PQRT$ такой, что вершины P и Q лежат на AC и BC , а вершины T и R лежат на гипотенузе.

а) Докажите, что точки C , N и центры квадратов лежат на одной прямой.

б) Найти сторону квадрата $PQRT$, если $AC = 12$ и $BC = 5$.

17. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$a(a - 7,5) - 2(a - 7,5)(2^x + 2) \leq (2x^2 - 3x)(2^x + 2) - ax^2 + 1,5ax$$

имеет хотя бы 1 решение на промежутке $[-1; 0)$.

18. Пусть $\{a_n\}$ – последовательность натуральных чисел. Обозначим $M_{<C}(a_n)$ – среднее арифметическое всех членов последовательности $\{a_n\}$, которые меньше некоторого числа C . Число C лежит между наибольшим и наименьшим членами последовательности. Обозначим $M_{\geq C}(a_n)$ – среднее арифметическое всех членов последовательности $\{a_n\}$, которые больше или равны C . Среднее арифметическое одного числа равно самому числу. Затем к каждому члену последовательности $\{a_n\}$ прибавили 4 и получили новую последовательность, которую обозначили $\{a_n + 4\}$.

а) Существует ли последовательность $\{a_n\}$, состоящая из трех членов, для которой $M_{<79}(a_n + 4) < M_{<79}(a_n)$?

б) Существует ли последовательность $\{a_n\}$, состоящая из трех членов, для которой $M_{<79}(a_n + 4) < M_{<79}(a_n)$ и $M_{\geq 79}(a_n + 4) < M_{\geq 79}(a_n)$?

в) Известно, что среднее арифметическое всех членов последовательности $\{a_n\}$ равняется 84, $M_{\geq 79}(a_n) = 94$, $M_{<79}(a_n) = 70$, $M_{\geq 79}(a_n + 4) = 96$ и

$M_{<79}(a_n + 4) = 72$. Какое наименьшее число членов может быть в последовательности $\{a_n\}$?