

**Тренировочная работа по математике,
Статград, февраль 2023. Вариант Восток**

1.

Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 12, а отношение соседних сторон равно 1:3.

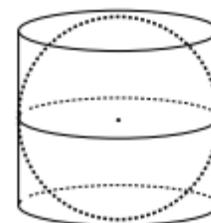


2.

В магазине в среднем из 120 сумок 15 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется со скрытыми дефектами.

3.

Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 78. Найдите площадь поверхности шара.



4.

Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 5 очков.

5.

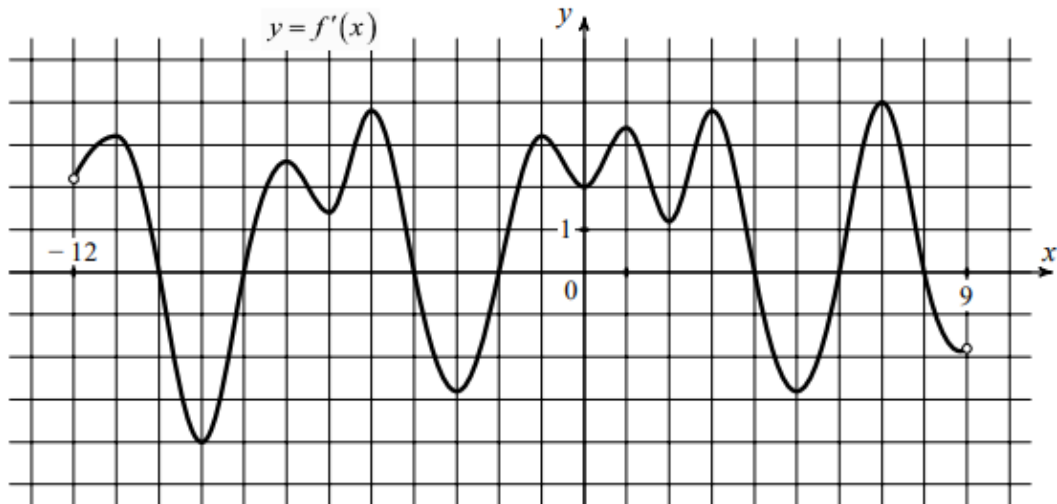
Решите уравнение $\sqrt{6x-5} = x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

6.

Найдите $98\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{4}{7}$.

7.

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-9; 7]$.



8.

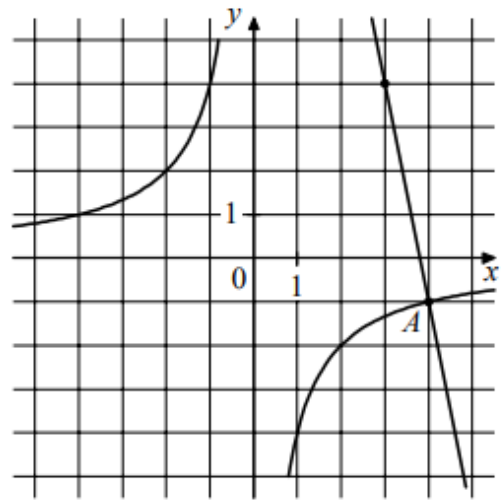
Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 12t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

9.

Игорь и Паша, работая вместе, могут покрасить забор за 40 часов. Паша и Володя, работая вместе, могут покрасить этот же забор за 48 часов, а Володя и Игорь, работая вместе, — за 60 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

10.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



11.

Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+6)^8 - 8x + 7$.

12.

а) Решите уравнение $2\sin^3 x = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

13.

Основанием правильной пирамиды $PABCD$ является квадрат $ABCD$. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды, если $AB = 24$.

14.

Решите неравенство $\frac{4 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^{x+1} + 27}{3^{x+3} - 3^{2x+2}} \leq \frac{1}{3^{x+2}}$.

15.

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 11 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на целое число n процентов за второй год. Найдите наименьшее значение n , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

16.

В треугольнике ABC медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 18$.

17.

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 4a + 3)^2 + (y - 3a - 1)^2 = a - 4, \\ 4x - 3y = 2a + 5 \end{cases}$$

не имеет решений.

18.

У Ани есть 400 рублей. Ей нужно купить конверты (большие и маленькие). Большой конверт стоит 22 рубля, а маленький — 17 рублей. При этом число маленьких конвертов не должно отличаться от числа больших конвертов больше чем на пять.

а) Может ли Аня купить 19 конвертов?

б) Может ли Аня купить 23 конверта?

в) Какое наибольшее число конвертов может купить Аня?