

Пробный ЕГЭ сентябрь 2023

Часть 1. Задания с кратким ответом

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 12$.

2. Анна Малкова. В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой, гипотенуза AB равна $\frac{44\sqrt{3}}{3}$, угол ABC в 2 раза больше угла BAC , CH – высота. Найдите скалярное произведение векторов AC и CH .

3. Ольга Чемезова. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $CC_1=2$, $AD = 4\sqrt{5}$, $AB = 2\sqrt{5}$.
Найдите $\operatorname{tg}\angle C_1AC$.

4. Ольга Чемезова. У Олега в пенале 6 ручек, из которых 3 пишут, а 3 другие – нет. Начинается урок, Олег случайным образом выбирает ручку из пенала. Найдите вероятность того, что пишущая ручка ему попадётся с четвертой попытки. При этом считаем, что если ему попадаетея непишущая ручка, он её откладывает в сторону.

5. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым выстрелом равна 0,5. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно 3 мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно 2 мишени»?

6. Анна Малкова. Вычислите:

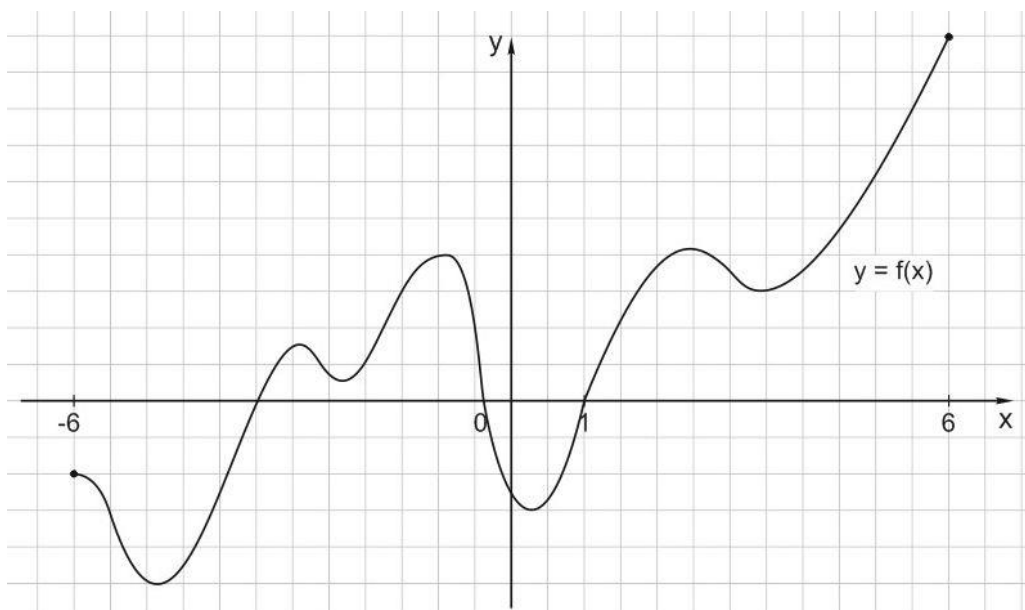
$$\sqrt{2,13} \cdot \sqrt{0,0478} \cdot \sqrt{\frac{532^2 - 468^2}{0,213 \cdot 4,78}}$$

7. Анна Малкова. Решите уравнение:

$$x^2 - 2025x + 4046 = 0$$

Если корней несколько, в ответе запишите меньший из них.

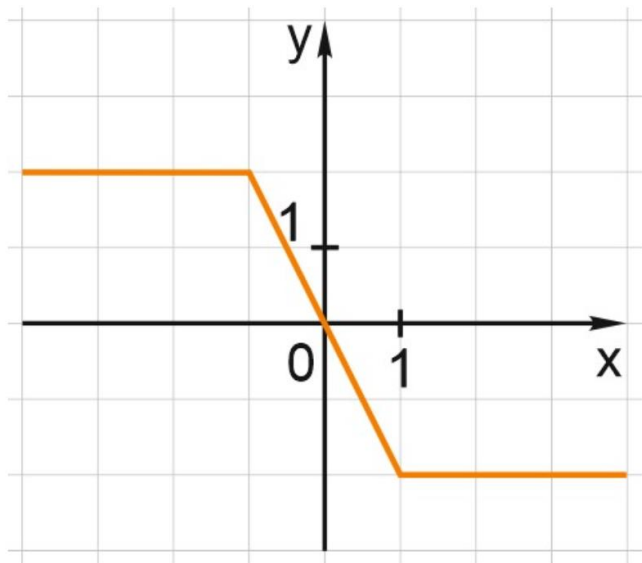
8. Анна Малкова. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на отрезке $[-6; 6]$. Найдите количество точек минимума функции на этом отрезке.



9. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин, $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

10. Теплоход начали грузить 4 подъемных крана одинаковой мощности. После того как они проработали 2 ч, к ним присоединились еще два крана меньшей мощности, и после этого погрузка была окончена через 3 ч. Если бы краны начали работать одновременно, то погрузка была бы окончена за 4,5 часа. Найдите, за сколько часов мог бы выполнить погрузку один кран меньшей мощности.

11. Анна Малкова. На рисунке изображен график функции $y = |x - a| - |x - b|$. Найдите a .



12. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{1}{x^2 + 14x + 54}$.

Часть 2. Задания с развернутым ответом

13. а) Решите уравнение: $(\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x)^2 = 7 + 3\cos(2x - \frac{\pi}{6})$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$

14. В основании пирамиды $SABCD$ лежит параллелограмм $ABCD$. На боковых рёбрах SA , SC и SD отмечены точки K , L и M соответственно так, что $SK : KA = SL : LC = 2 : 1$ и $SM = MD$.

а) Докажите, что плоскость KML содержит точку B .

б) Найдите объём пирамиды $BAKMD$, если площадь параллелограмма $ABCD$ равна 18, а высота пирамиды $SABCD$ равна 7.

15. Анна Малкова

Решите неравенство: $(x^2 - 4x - 12) \cdot \sqrt{12 - x} \cdot |x^2 - 8x| \leq 0$

16. В июле 2023 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 25% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года), а общая сумма выплат равна 375 000 рублей?

17. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 4$, $AC = 5$ и $BC = \sqrt{61}$. На его стороне BC вне треугольника (точки A и D лежат в разных плоскостях относительно прямой BC) построим равносторонний треугольник BCD .

а) Докажите, что около четырёхугольника $ABDC$ можно описать окружность.

б) Найдите расстояние от центра этой окружности до точки пересечения диагоналей четырёхугольника $ABDC$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(a + 6x - x^2 - 8)(a - 1 + |x - 3|) = 0$$

имеет ровно 3 решения.

19. а) Существует ли такое четырехзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа?

б) Существует ли такое четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?

в) Найдите все такие четырёхзначные числа, произведение цифр десятичной записи которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.