

Задачи **1-5**
ОГЭ
по математике

Все типы



Полный курс

Предисловие

Дорогие девятиклассники, родители и репетиторы! Эта книга – учебное пособие по самым необычным задачам ОГЭ по математике.

Может показаться, что ОГЭ по математике в 9 классе – простой экзамен. И что первые задачи в варианте ОГЭ должны быть самыми простыми. Но это не так!

Первые 5 заданий ОГЭ вызывают недоумение и у школьников, и у родителей. И становится немного страшно: если первый 5 задач такие, то что же дальше будет?

Спокойствие, только спокойствие. Дальше в варианте ОГЭ будут хорошие задачи, которые легко решаются.

А разобраться с заданиями 1-5 вам поможет эта книга.

Эти первые 5 заданий варианта ОГЭ по математике объединены одним сюжетом. Например, про дачный участок, на котором находятся разные постройки. Надо определить, где что находится. Где баня, где сарай. Найти площади этих построек. Посчитать, сколько надо плитки для дорожек, и сколько будет стоить посеять траву на газоне, расположенном на этом участке. Или задача о том, как самому сделать зонтик, вдруг кому-то из вас в жизни понадобится. Это так называемые практико-ориентированные задачи.

Среди них есть задания про участки, бани, теплицы, ОСАГО, зонтики, печки, квартиры и листы бумаги. И еще шины! Те самые шины, ночной кошмар девятиклассника.

Мы расскажем вам, как решать эти задания. Рассмотрим 9 основных типов.

Начнем с полезного совета.

Если вы только начинаете готовиться к ЕГЭ, лучше проходить задания 1-5 в последнюю очередь.

Почему так?

Они кажутся простыми, но на самом деле нет. Если начинать готовиться к ОГЭ с этих пяти задач, то будет казаться, что они сложные, и не понятно, откуда что берется и как с этим справиться.

На самом же деле, эти задачи - прекрасная возможность для повторения всего курса. Вам понадобятся умения внимательно читать условие, составлять уравнения и решать геометрические задачи.

Сразу договоримся о правилах работы с этими задачами:

1. Вся информация есть в условии.
Если кажется, что чего-то не хватает - нужно перечитать условие.
2. Не усложняем!
Решение задач не выходит за рамки школьного курса.

Мы рассмотрим типовые задачи про участки, бани, листы бумаги, шины и ОСАГО, а также про теплицы, зонты и путешествия. Все это задания 1 – 5 ОГЭ.

[Онлайн-курс](#) по математике для 9 класса. ОГЭ на 5!

Это идеальная траектория подготовки к ОГЭ, от азов до самых сложных задач.

Самое доступное и качественное предложение на рынке.

Для учеников, родителей и учителей / репетиторов математики.

- Ученики получат готовое пошаговое решение проблемы сдачи ОГЭ.
- Родители - поймут, как простым языком объяснить сложные вещи.
- Преподаватели получат готовую методику подготовки и подборки задач.

Узнайте подробнее про курс [здесь](#)!

Содержание

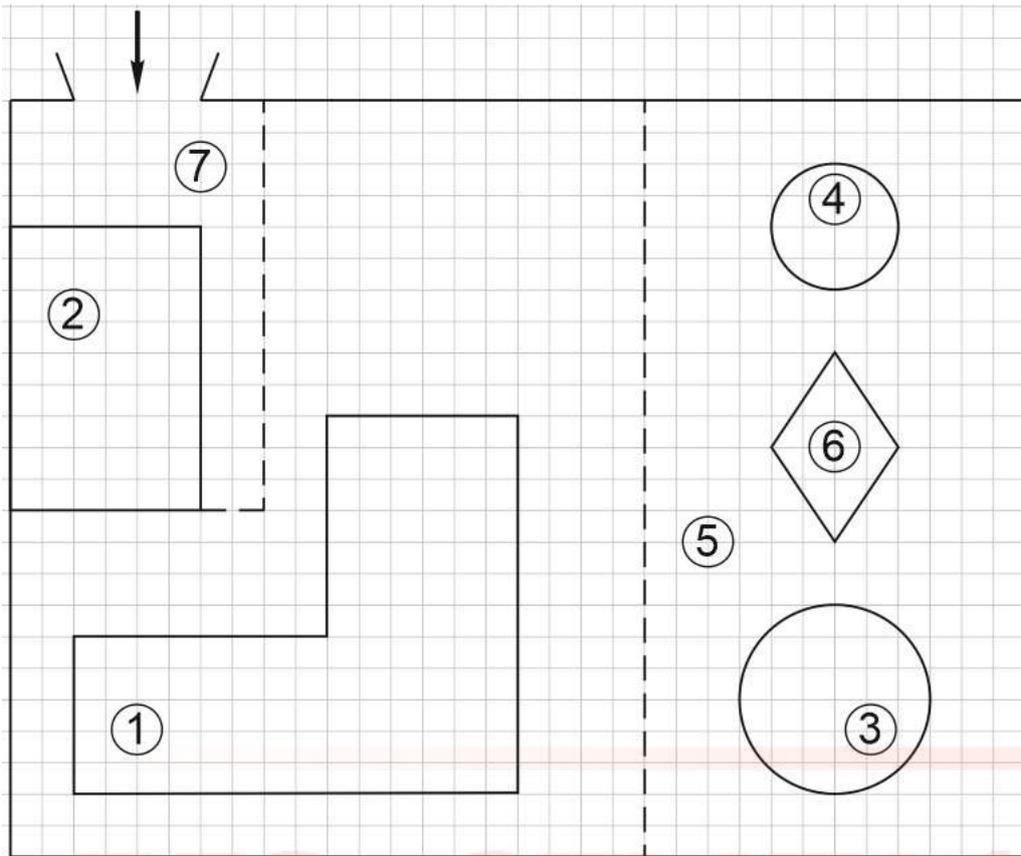
- 1 тип. Участки (4)
- 2 тип. Бани (8)
- 3 тип. Теплицы (13)
- 4 тип. Листы бумаги (18)
- 5 тип. Шины (23)
- 6 тип. ОСАГО (28)
- 7 тип. Путешествия (35)
- 8 тип. Квартиры (41)
- 9 тип. Зонты (47)

Считается, что задания 1-5 ОГЭ должны подготовить вас ко взрослой жизни. А чем занимаются взрослые? На работу ходят, дачи строят, плитку кладут, шины у своей машины меняют... Вот про это все вам и насочиняли задач. Если кому-то из вас пригодятся полученные знания во взрослой жизни, напишите нам. Наш e-mail в конце книги.

ЕГЭ-СТУДИЯ

1 тип. Участки

1. Дан план участка.



При входе на участок напротив ворот находится гараж, а за гаражом – жилой дом.

Площадь, занятая гаражом, равна 54 кв. м.

На газоне имеются круглый бассейн, беседка и ромбовидная клумба.

Беседка отмечена на плане цифрой 4.

При въезде на участок имеется площадка, вымощенная тротуарной плиткой с размером каждой плитки 0,2 м. х 0,2 м и обозначенная на плане цифрой 7.

1.1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Гараж	Бассейн	Клумба
Цифры				

Решение. Читаем ещё раз условие задачи.

Напротив ворот находится гараж, на схеме – номер 2. За гаражом отмечен жилой дом – это номер 1. Клумба имеет форму ромба, значит – номер 6. И наконец, бассейн, он обозначен цифрой 3, т.к. под номером 4 отмечена беседка. Осталось внести результаты в таблицу.

Объекты	Жилой дом	Гараж	Бассейн	Клумба
Цифры	1	2	3	6

Ответ: 1236.

1.2. Найдите площадь, которую занимает клумба. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Площадь ромба можно найти как половину произведения диагоналей. Получим,

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12.$$

Ответ: 12.

1.3. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 45 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить площадку перед гаражом?

Решение. Найдём сначала общую площадь, которую необходимо выложить плиткой. Она состоит из двух прямоугольников 8×4 и 9×2 . Итак, площадь $32 + 18 = 50$ кв. м.

Теперь вычислим площадь одной плитки: $0,2 \times 0,2 = 0,04$ кв. м. Далее разделим площадь территории перед гаражом на площадь одной плитки:

$$\frac{50}{0,04} = \frac{5000}{4} = \frac{2500}{2} = 1250.$$

Таким образом, необходимо 1250 штук плиток. Но плитки продаются только упаковками. Осталось разделить на 45:

$$\frac{1250}{45} = \frac{250}{9} = 27\frac{7}{9}.$$

Т.к. невозможно купить нецелое число упаковок, то необходимо их купить или 27, или 28. А всё же сколько? Но 27 упаковок не хватит. Тогда придётся купить 28 (это даже к лучшему, оставшиеся плитки пригодятся для замены поврежденных).

Ответ: 28.

1.4. Во сколько раз площадь бассейна больше площади беседки?

Решение. Бассейн и беседка имеют круглую форму. Напомним, что площадь круга равна .

Выясним, какие радиусы имеют бассейн и беседка. По рисунку видно, что радиус бассейна равен 3, а радиус беседки равен 2. Составим и вычислим отношение площадей:

$$\frac{\pi \cdot 3^2}{\pi \cdot 2^2} = \frac{9}{4} = 2,25.$$

Ответ: 2,25.

1.5. Хозяин участка хочет обновить газон к новому дачному сезону. Для этого он планирует купить семена газонной травы. Цена одной упаковки семян, её масса и рекомендуемый расход указаны в таблице.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант? (Территорию, занятую бассейном и беседкой, засеять не предполагается. Клумбу планируется убрать, и на её место тоже засеять газонную траву. Число п возьмите равным 3. Считаем, что все купленные семена - одного сорта).

Поставщик	Цена 1 уп. семян (руб.)	Масса 1 уп. семян (кг.)	Рекомендуемый расход 1 уп. семян (кв. м.)
А	520	1,5	60
Б	350	1,2	40

В	330	1	35
Г	400	1	45

Решение. Заметим, что масса упаковки семян в задаче – это избыточная информация, никак не влияющая на расход, который зависит от засеваемой площади. Найдём сначала площадь, которую необходимо засеять, по рисунку – это прямоугольник 24×12 . Но на газоне расположены бассейн и беседка, и их площади нет необходимости учитывать при расчётах (там травы нет). При этом клумбу планируется тоже засеять травой, значит, её площадь не вычитается. Итак,

$$S_{\text{газона}} = 24 \cdot 12 - S_{\text{бассейна}} - S_{\text{беседки}} = 288 - \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 2^2 \approx 288 - 3 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 249 \text{ (кв. м.)}$$

Далее произведём расчёты по каждому поставщику в отдельности. 

Поставщик	Необходимое количество упаковок семян	Стоимость закупки семян (руб.)
А	$\frac{249}{60} = 4 \frac{9}{60}$; 5 упаковок	$5 \cdot 520 = 2560$
Б	$\frac{249}{40} = 6 \frac{9}{40}$; 7 упаковок	$7 \cdot 350 = 2450$
В	$\frac{249}{35} = 7 \frac{4}{35}$; 8 упаковок	$8 \cdot 330 = 2640$
Г	$\frac{249}{45} = 5 \frac{24}{45}$; 6 упаковок	$6 \cdot 400 = 2400$

Таким образом, самая дешёвая покупка обойдётся в 2 400 руб.

Ответ: 2400.

Ну вот, друзья, вы получили полезные знания о том, как покупать плитку и засеивать участок травой. Но мы пойдем дальше! Будем учиться строить бани!

2 тип. Бани

2. Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проема 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трех печей.

Номер печи	Тип	Объем помещения (куб. м.)	Масса (кг)	Стоимость (руб)
1	дровяная	8-12	40	18 000
2	дровяная	10-16	48	19 500
3	электрическая	9-15,5	15	15 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдется в 5700 руб.

- 2.1. Установите соответствие между массами и номерами печей. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Масса (кг)	15	40	48
Номер печи	3	1	2

Решение. Перечитаем еще раз условие задачи. Вся информация о массе печей есть в первой таблице, и нужно просто установить соответствие между столбцами и строками из таблицы.

Ищем печь с массой 15 кг – это печь номер 3.

Номер печи	Тип	Объем помещения (куб. м.)	Масса (кг)	Стоимость (руб)
1	дровяная	8-12	40	18 000
2	дровяная	10-16	48	19 500
3	электрическая	9-15,5	15	15 000

Печь с массой 40 кг – печь с номером 1:

Номер печи	Тип	Объем помещения (куб. м.)	Масса (кг)	Стоимость (руб)
1	дровяная	8-12	40	18 000
2	дровяная	10-16	48	19 500
3	электрическая	9-15,5	15	15 000

48 кг имеет печь под номером 2:

Номер печи	Тип	Объем помещения (куб. м.)	Масса (кг)	Стоимость (руб)
1	дровяная	8-12	40	18 000
2	дровяная	10-16	48	19 500
3	электрическая	9-15,5	15	15 000

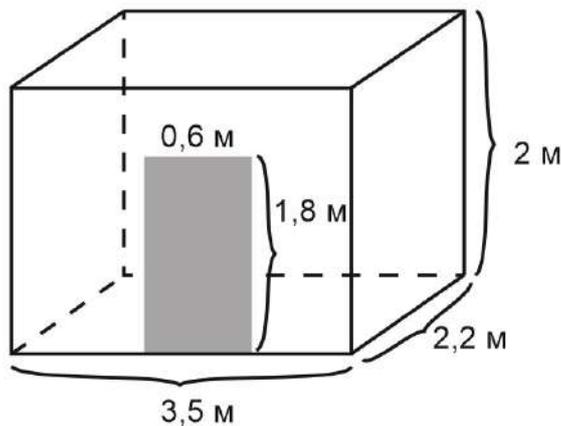
Внесем найденные значения в таблицу:

Масса (кг)	15	40	48
Номер печи	3	1	2

Значит, в бланк ответа ОГЭ запишем: 312.

- 2.2. Найти суммарную площадь стен парного отделения строящейся бани (без площади двери). Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Баня представляет из себя параллелепипед. Нарисуем схематично параллелепипед с указанием всех размеров (все значения берем из условия).



Теперь считаем площадь стен и вычитаем из нее площадь двери:

$$S = 2 \cdot 2,2 + 2 \cdot 2,2 + 2 \cdot 3,5 + 2 \cdot 3,5 - 0,6 \cdot 1,8 =$$

$$= 2 \cdot (2,2 + 2,2 + 3,5 + 3,5) - \frac{6 \cdot 18}{100} = 2 \cdot 11,4 - \frac{108}{100} = 22,8 - 1,08 = 21,72$$

Ответ: 21,72.

2.3. На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объему парного отделения, обойдется дешевле электрической с учетом установки?

Решение. Стоимость электрической печи известна из таблицы в условии (15 000 рублей и установка 5 700 руб, итого $15\ 000 + 5\ 700 = 20\ 700$). Но стоимость деревянной печи... Указаны две стоимости, для разного объема.

Номер печи	Тип	Объем помещения (куб. м.)	Масса (кг)	Стоимость (руб)
1	дровяная	8-12	40	18 000
2	дровяная	10-16	48	19 500
3	Электрическая	9-15,5	15	15 000

Значит, сначала нужно узнать объем бани (чтобы оценить стоимость).

Воспользуемся чертежом из задания 2. Объем параллелепипеда равен:

$$V = 3,5 \cdot 2 \cdot 2,2 = 7 \cdot 2,2 = 15,4 \in [10; 16]$$

Значит, стоимость деревянной печи подходящего объема равна 19 500 руб.

На сколько рублей покупка дровяной печи дешевле?

$$20\,700 - 19\,500 = 1\,200.$$

Ответ: 1 200.

2.4. В прошлом году печи, указанные в таблице, стоили дороже. На них были сделаны скидки: на печь номер 1 скидка составила 10%, на печь номер 2 - 35%, на печь номер 3 - 25%. Сколько рублей стоила печь номер 1 в прошлом году?

Решение. Составим пропорцию.

На печь номер 1 скидка равна 10%, значит, сейчас ее стоимость составляет $100 - 10 = 90\%$. А стоимость год назад (без скидки) - 100%.

$$90\% = 18\,000 \text{ руб}$$

$$100\% = x \text{ руб}$$

$$x = \frac{18000 \cdot 100}{90} = 2000 \cdot 10 = 20\,000 \text{ руб.}$$

Ответ: 20 000.

2.5. Хозяин выбрал дровяную печь (рис.1). Чертеж передней панели печи показан на рисунке 2.

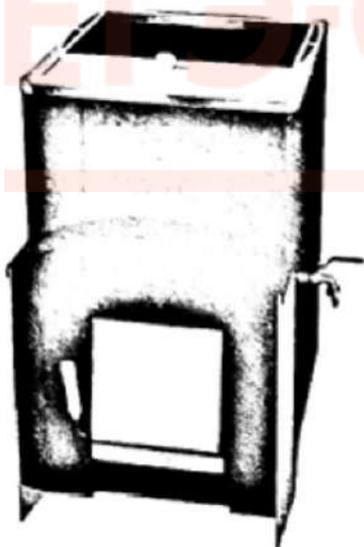


Рис. 1

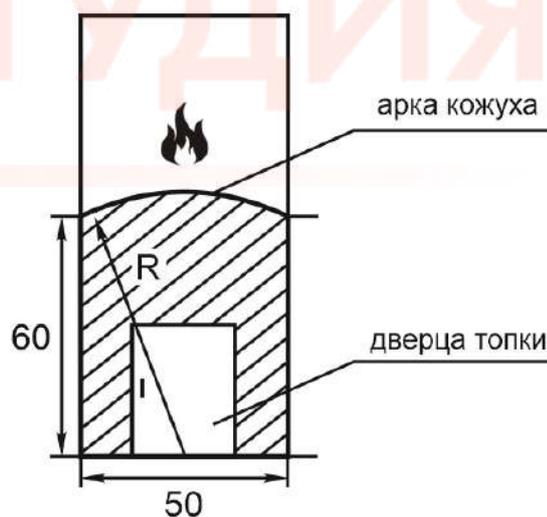
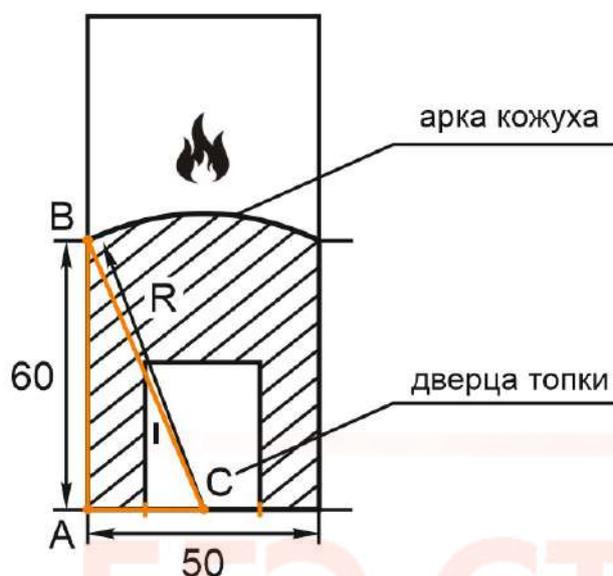


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (рис.2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиуса закругления арки R . Размеры кожуха в

сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Решение. Вновь отметим все, что известно из условия, на схеме (кстати, на ОГЭ можно рисовать на бланке — это удобно).



Нужно найти радиус - т.е. BC. При этом мы знаем два катета в прямоугольном треугольнике ABC: $AB = 60$ (по условию), а AC - это половина от 50 см, т.е. 25 (т.к. сказано "с центром в середине нижней части кожуха").

Найдем гипотенузу по теореме Пифагора:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$60^2 + 25^2 = 3600 + 625 = 4225 = 65^2$$

$$BC = 65$$

Значит, радиус закругления равен 65.

Ответ: 65.

Что там еще бывает на дачных участках? Теплицы! Обычно теплицы строят как придется: берут рейки, сколачивают каркас, натягивают полиэтилен. Сажая кабачки, а потом не знают, куда эти кабачки девать. Но составители заданий ЕГЭ применяют научный подход к постройке теплицы, и кабачки у них вырастают в 2 раза крупнее! : -)

3 тип. Теплицы

3. Юрий Борисович начал строить на дачном участке теплицу (рис.1). Для этого он сделал прямоугольный фундамент длиной 6м (DC на рис.2) и шириной 2,4 м (AD на рис.2). Нижний ярус теплицы имеет форму прямоугольного параллелепипеда, собран из металлического профиля и по длине для прочности укреплен металлическими стойками. Высота нижнего яруса теплицы в два раза меньше ее ширины. Для верхнего яруса теплицы Юрий Борисович заказал металлические дуги в форме полуокружностей, которые крепятся к стойкам нижнего яруса. Отдельно требуется купить материал для обтяжки поверхности теплицы. В передней стенке планируется вход, показанный на рис.1 прямоугольником EFKN, где точки E, P и N делят отрезок AD на равные части. Внутри теплицы Юрий Борисович планирует сделать три грядки: одну широкую центральную и две одинаковые узкие по краям, как показано на рис.2. Между грядками и при входе в теплицу будут дорожки шириной 40 см, для которых надо купить тротуарную плитку размером 20x20 см.

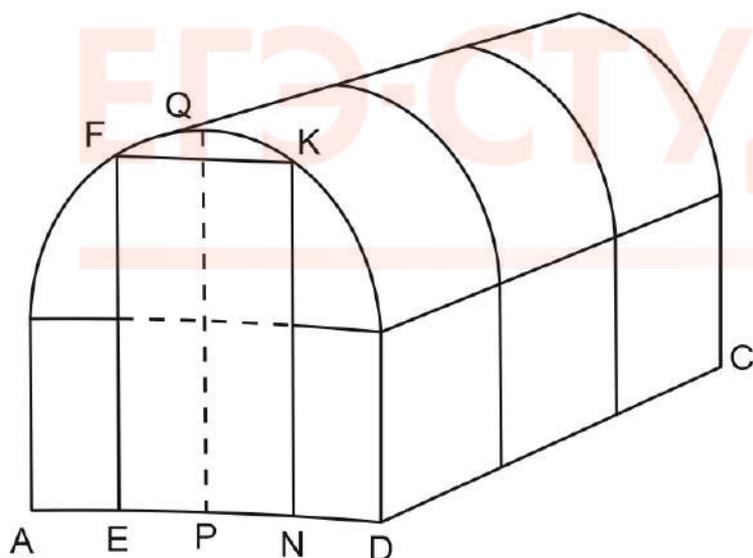


Рис. 1

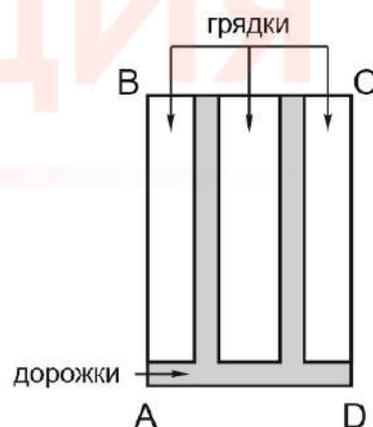
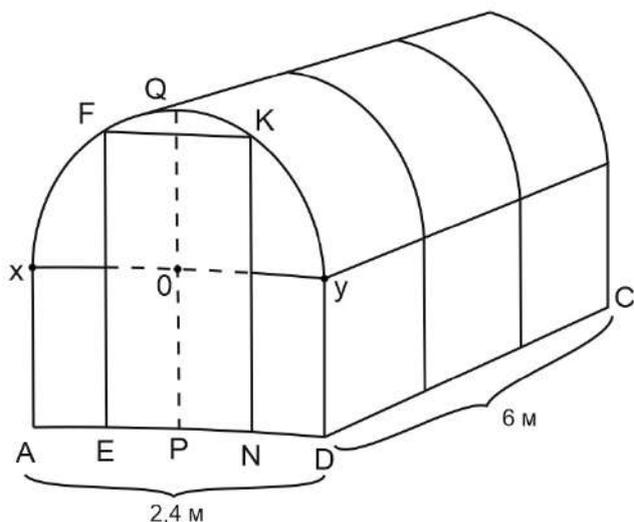


Рис. 2

3.1. Найдите высоту теплицы PQ в метрах

Решение. Классическая геометрическая задача. Для удобства обозначим дополнительно три точки на чертеже: X, O и Y.



Высота $PQ = PO + QO$

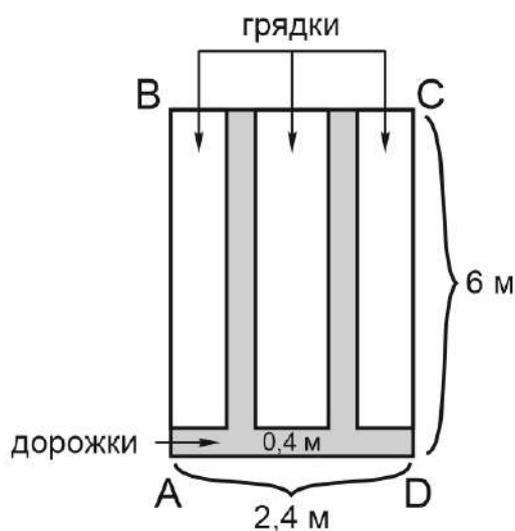
Про высоту PO в условии сказано “высота нижнего яруса теплицы в два раза меньше ее ширины”. Ширина равна 2,4м, значит, $PO = 1,2$ м.

$QO = XO = YO = R$ полуокружности. Т.к. $XY = 2,4$ — это диаметр полуокружности, то $R = 1,2$.

Итого: $PQ = PO + QO = 1,2 + 1,2 = 2,4$ м.

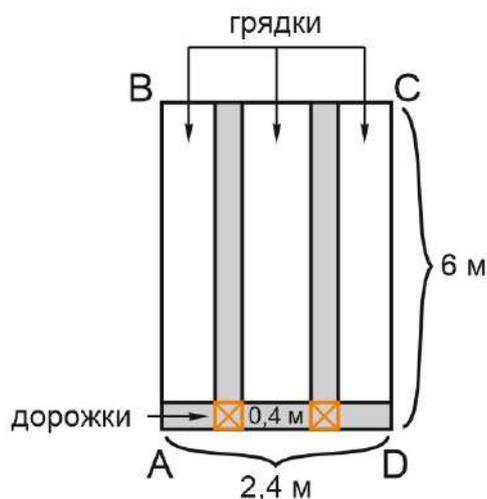
Ответ: 2,4.

3.2. Сколько нужно купить упаковок плитки для дорожек, если в каждой упаковке 6 штук?



Решение. Посчитаем в метрах длину всех дорожек: $2 \cdot 6 + 2,4 - 0,4 - 0,4 = 13,6$ м

(почему вычитаем два раза по 0,4 м? потому что иначе оранжевые квадраты на рисунке ниже были бы учтены два раза)



Кстати, можно было посчитать и по-другому. Например, вертикальные дорожки считать не по 6 м, а по $6 - 0,4 = 5,6$ м. Тогда общая длина была бы равна: $2 \cdot 5,6 + 2,4 = 11,2 + 2,4 = 13,6$. Посчитали двумя способами, и результат сошелся — значит, мы на правильном пути.

$13,6 : 0,2 = 68$ раз помещается одна плитка по всей длине. При этом в одном ряду будет не 1 плитка, а 2 (т.к. ширина дорожки 40 см, а ширина плитки 20 см). Значит, всего понадобится плиток: $68 \cdot 2 = 136$.

Остается узнать, сколько упаковок нужно купить, если в упаковке 6 штук.

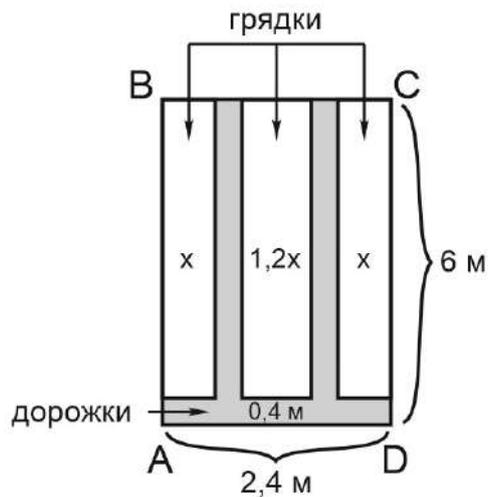
$$136 : 6 = 22\frac{2}{3}$$

Поскольку в магазине никто не продаст $\frac{2}{3}$ упаковки плитки, значит, придется брать целую. Итого получится 23 упаковки.

Ответ: 23.

- 3.3. Найдите ширину центральной грядки, если она в 1,2 раза больше ширины узкой грядки. Ответ дайте в сантиметрах.

Решение.



Составим уравнение:

$$x + 0,4 + 1,2x + 0,4 + x = 2,4$$

$$x = 0,5$$

$$1,2x = 1,2 \cdot 0,5 = 0,6\text{ м} = 60\text{ см}$$

Ответ: 60

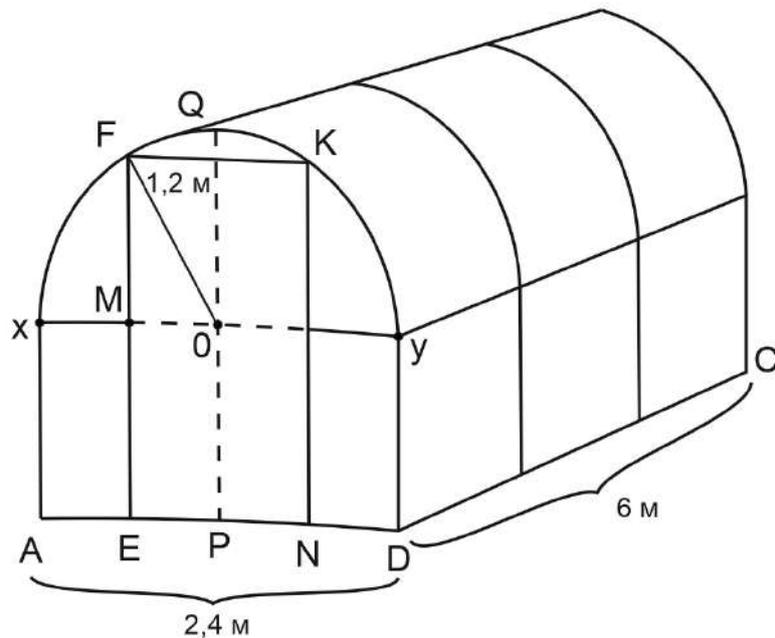
3.4. Найдите длину металлической дуги для верхнего яруса теплицы. Ответ дайте в метрах, округлив его в большую сторону с точностью до десятых.

Решение. Длина металлической дуги для верхнего яруса теплицы — это половина длины окружности с радиусом $R=1,2$ м (радиус знаем из задания 1)

$$L = \frac{1}{2} 2\pi R = \pi R \approx 3,14 \cdot 1,2 = 3,768 \approx 3,8$$

Ответ: 3,8

3.5. Найдите высоту EF входа в теплицу в сантиметрах с точностью до целого.



Решение. Высота $EF = FM + ME$

$ME = 1,2\text{ м} = 120\text{ см}$ (знаем из задания 1).

Найдем FM из прямоугольного треугольника OFM (в котором $OF = 1,2 = R$, $OM = \frac{1}{4}AD = \frac{2,4}{4} = 0,6\text{ м} = 60\text{ см}$).

По теореме Пифагора:

$$OF^2 = OM^2 + FM^2$$

$$120^2 = OM^2 + 60^2$$

$$OM = 60\sqrt{3} \approx 60 \cdot 1,7 = 102\text{ см}$$

$EF = 120 + 102 = 222\text{ см}$.

*Внимательный ученик в этом месте может засомневаться насчет того, а что, если его ответ после округления не попадет в правильный. Ведь π можно взять не 3,14, а точнее. И $\sqrt{3}$ тоже можно округлить не как 1,7. Что тогда делать?

Хорошая новость в том, что разработчики заданий это учли. И даже если в решении вы возьмете более точные значения приближенных чисел и у вас получится немного другой ответ (например, 223) - его зачтут. Поэтому в задании 5 правильным ответом является любое из чисел: 222, 223, 224, 225.

Ответ: 222 см.

Так, дачный участок обустроили, пора в офис на работу. Знаете ли вы, почему стандартный лист офисной бумаги А4 имеет размеры 297 на 210 миллиметров? Почему не 300 на 200?

Ответ вы прочитаете в условии следующей задачи. А мы его прокомментируем.

4 тип. Листы бумаги

4. Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Площадь листа формата А0 равна 1 кв.м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получаются два листа формата А1. Если так же лист А1 разрезать пополам, получаются два листа формата А2 и так далее.

Отношение длины листа к его ширине у всех форматов, обозначенных буквой А, должно быть одно и то же, то есть листы должны быть подобны друг другу. Это сделано специально, чтобы можно было сохранить пропорции текста на листе при изменении формата бумаги (размер шрифта при этом тоже соответственно изменится). На практике размеры листа округляют до целого числа миллиметров.

В таблице 1 даны размеры листов бумаги четырех размеров: от А3 до А6.

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	105	148
2	210	297
3	297	420
4	148	210

4.1. Для листов бумаги форматов А3, А4, А5 и А6 определите, какими порядковыми номерами обозначены их размеры в таблице 1. Заполните таблицу ниже, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр.

Форматы бумаги	А3	А4	А5	А6
Порядковые номера				

Решение. Самое время разобраться с условием.

Чем меньше цифра, тем больше размер листа. Поэтому А0 - самый большой лист, А1 - в 2 раза меньше по площади, А2 - в 4 раза меньше по площади, и т.д.

Т.к. в таблице указаны форматы от А3 до А6, то самый большой размер листа будет у формата с наименьшей порядковой цифрой (т.е. у А3). Найдем лист с самыми большими размерами. Это лист 297х420 под порядковым номером 3. Значит, А3 имеет порядковый номер 3.

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	105	148
2	210	297
3	297	420
4	148	210

Теперь алгоритм поиска А4 простой: берем большую сторону, делим ее пополам, а вторую сторону оставляем без изменений.

Большая сторона = 420, делим ее пополам, получаем: $420 : 2 = 210$. А сторону 297 мм оставляем без изменений.

Ищем в таблице лист с размерами 210 и 297 мм для формата А4. Это порядковый номер 2.

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	105	148
2	210	297
3 А3	297	420
4	148	210

Вновь повторяем алгоритм для нахождения формата А5.

Большая сторона листа А4 = 297, меньшая сторона = 210.

$$297 : 2 = 148,5 \sim 148$$

Ищем строку с параметрами 210 и 148 мм. Это порядковый номер 4 в таблице.

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	105	148
2 A4	210	297
3 A3	297	420
4	148	210

Логично предположить, что единственный оставшийся порядковый номер 1 принадлежит формату А6. Но можно по расчетам убедиться, что до этого мы все делали правильно – зачем терять такую возможность самопроверки? Поэтому продолжим алгоритм:

Большая сторона равна 210, меньшая 148.

$$210 : 2 = 105.$$

Значит, формат А6 должен иметь параметры 105 и 148. А это как раз данные первой строки. То есть до этого все сделано правильно.

Заносим в таблицу из условия полученные значения:

Форматы бумаги	A3	A4	A5	A6
Порядковые номера	3	2	4	1

В бланк ответа на ОГЭ запишем: 3241.

Ответ: 3241.

- 4.2. Сколько листов бумаги формата А5 получится при разрезании одного листа бумаги формата А0?

Решение. Из одного листа А0 получается два листа А1, $A_0 = 2A_1$

Из одного листа А1 получается два листа А2, т.е. $A_0 = 2A_1 = 2 \cdot 2A_2 = 4A_2$

Из одного листа А2 получается два листа А3, $A_0 = 2A_1 = 2 \cdot 2A_2 = 4A_2 = 4 \cdot 2A_3 = 8A_3$

По аналогии, $A_0 = 8A_3 = 8 \cdot 2A_4 = 16A_4 = 16 \cdot 2A_5 = 32A_5$

Значит, из одного листа A0 получается 32 листа A5.

Ответ: 32.

- 4.3. Найдите длину большей стороны листа бумаги формата A2. Ответ дайте в миллиметрах.

Решение. Чтобы узнать размеры листа бумаги формата A2, нужно знать размеры соседних форматов: A1 или A3.

При решении данной задачи размеры листа A1 нам не встречались. А вот размеры A3 мы знаем из решения задания 1: 297мм x 420 мм.

Вспомним, как мы решали задание 1 (находили меньший формат листа, зная бОльший): берем бОльшую сторону, делим ее пополам, а вторую сторону оставляем без изменений.

Значит, чтоб получить бОльший формат из меньшего, поступаем наоборот: берем меньшую сторону, умножаем ее на два, а вторую сторону оставляем без изменений.

Меньшая сторона в размере A3 297x420 равна 297.

$297 \cdot 2 = 594$. Тогда размер A2: 594x420. БОльшая сторона = 594.

Ответ: 594.

- 4.4. Найдите площадь листа бумаги формата A3. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Решение. Площадь листа A3 - это площадь прямоугольника.

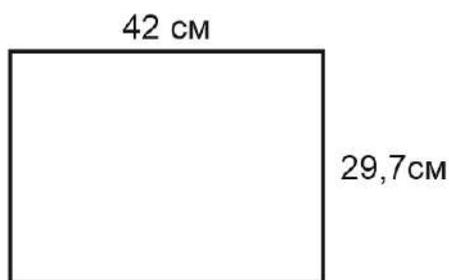
Опять воспользуемся данными из задания 1:

Лист A3 имеет размеры 297мм x 420мм.

Можно найти площадь в миллиметрах. Но поскольку ответ нужно дать в квадратных сантиметрах, то сразу посчитаем площадь в квадратных сантиметрах.

297 мм = 29,7 см

420 мм = 42 см



$$S = 42 \cdot 29,7 = 1247,4$$

Ответ: 1247,4

- 4.5. Бумагу формата А5 упаковали в пачки по 500 листов. Найдите массу пачки, если масса бумаги площадью 1 кв.м равна 80 г. Ответ дайте в граммах.

Решение. В условии сказано, что “Площадь листа формата А0 равна 1 кв.м”.

При этом из задания 2 мы уже знаем, что из 1 листа А0 получится 32 листа формата А5.

Значит, 32 листа А5 по площади равны 1 кв.м, а масса бумаги площадью 1 кв.м равна 80 г.

Составим пропорцию:

$$32 \text{ листа} = 80 \text{ г}$$

$$500 \text{ листов} = x$$

$$x = \frac{500 \cdot 80}{32} = 1250 \text{ г}$$

Ответ: 1250.

Почему же у листа бумаги А4 размеры 297 на 210? Дело в том, что длина этого листа в $\sqrt{2}$ раз больше, чем его ширина. Это необходимо для того, чтобы при делении такого листа пополам получался лист, подобный данному, то есть с такими же пропорциями, но вдвое меньший по площади.

А теперь – Те Самые Шины. Сейчас вы узнаете о шинах больше, чем ваши родители! Если, конечно, они не работают на шинном заводе. Что там написано на колесе у грузовика, давайте разберемся.

5 тип. Шины

- 5 Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

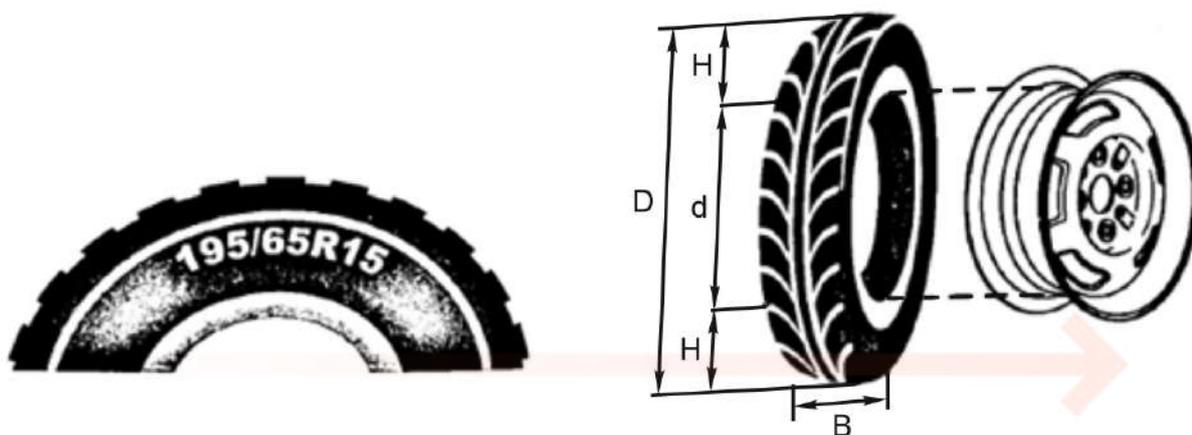


Рис. 1

Рис. 2

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис.1). Первое число (число 195 в приведенном примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр В на рисунке 2). Второе число (число 65 в приведенном примере) - процентное отношение высоты боковины (параметр Н на рисунке 2) к ширине шины, т.е. $100 \cdot \frac{H}{B}$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяют шины радиальной конструкции.

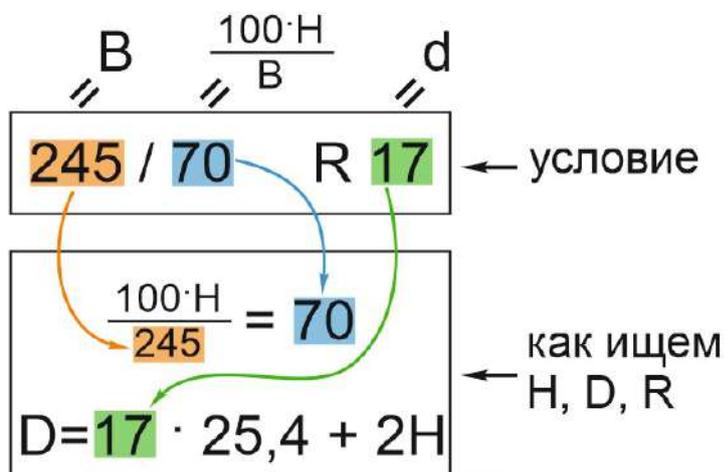
За обозначением типа конструкции шины идет число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит внедорожники определенной модели и устанавливает на них колеса с шинами маркировки 265/60 R18.

Прежде, чем читать вопросы к данной задаче, давайте разберемся, что дано по условию, если мы знаем маркировку шины.

На самом деле будет гораздо понятнее, если длинное условие переписать в виде формул:



Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешенные размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)			
	17	18	19	20
245	245/70	–	–	–
255	255/70	255/65	–	–
265	265/65	265/60; 265/65	–	–
275	275/65	275/60	275/55	275/50
285	–	285/60	285/55	285/50

5.1. Шины какой наибольшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Решение. Задание, в котором нужно прочитать условие и посмотреть на таблицу:

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)			
	17	18	19	20
245	245/70	–	–	–
255	255/70	255/65	–	–
265	265/65	265/60; 265/65	–	–
275	275/65	275/60	275/55	275/50
285	–	285/60	285/55	285/50

Ответ: 275

5.2. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 245/70 R17 меньше, чем радиус колеса с шиной маркировки 275/65 R17?

Решение. Радиус колеса неизвестен. При этом формула диаметра дана по условию (на рис.2): $D = d + 2H$

Значит, $R = \frac{d}{2} + H$

Т.к. $d=17$ дюймов для обоих колес, то разница между радиусами - это разница между H . Поэтому найдем величину H для каждого колеса.

245/70 R17

Воспользуемся формулами, которые мы вывели из условия:

$B = 245,$

$$\frac{100 \cdot H}{245} = 70$$

$$H = \frac{245 \cdot 70}{100} = 171,5 \text{ (мм)}$$

$$R_1 = \frac{17 \cdot 25,4}{2} + 171,5 \text{ (мм)}$$

275/65 R17

$B=275$

$$\frac{100 \cdot H}{275} = 65$$

$$H = \frac{275 \cdot 65}{100} = 178,75 \text{ (мм)}$$

$$R_2 = \frac{17 \cdot 25,4}{2} + 178,75 \text{ (мм)}$$

Находим разницу между радиусами:

$$R_2 - R_1 = \frac{17 \cdot 25,4}{2} + 178,75 - \frac{17 \cdot 25,4}{2} - 171,5 = 178,75 - 171,5 = 7,25$$

Ответ: 7,25.

- 5.3. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах

Решение. С завода выходят колеса с шинами маркировки 265/60 R18. Рассчитаем диаметр D

$$B = 265$$
$$\frac{100 \cdot H}{265} = 60$$

$$H = \frac{60 \cdot 265}{100} = 159 \text{ (мм)}$$

$$D = 18 \cdot 25,4 + 2 \cdot 159 = 775,2 \text{ (мм)}$$

Ответ: 775,2.

- 5.4. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колеса, установленные на заводе, колесами с шинами маркировки 285/50 R20?

Решение. Диаметр исходных шин мы нашли в задании 3.

Повторим все вычисления диаметра для новой маркировки шин.

$$B = 285$$

$$\frac{100 \cdot H}{285} = 50$$

$$H = \frac{50 \cdot 285}{100} = 142,5$$

$$D = 20 \cdot 25,4 + 2 \cdot 142,5 = 793 \text{ (мм)}$$

Разница между диаметрами: $793 - 775,2 = 17,8$

Ответ: 17,8.

- 5.5. Кирилл планирует заменить зимнюю резину на летнюю на своем автомобиле. Для каждого из четырех колес последовательно выполняются четыре операции: снятие колеса, замена шины, балансировка колеса и установка колеса. Он выбирает между автосервисами А и Б. Затраты на дорогу и стоимость операций даны в таблице

Автосервис	Суммарные затраты на дорогу	Стоимость для одного колеса			
		Снятие колеса	Замена шины	Балансировка колеса	Установка колеса
А	270 руб.	57 руб.	235 руб.	215 руб.	57 руб.
Б	450 руб.	52 руб.	205 руб.	195 руб.	52 руб.

Сколько рублей заплатит Кирилл за замену резины на своем автомобиле, если выберет самый дешевый вариант?)

Решение. Наконец, простые вычисления без специальных формул.

Суммарные затраты на дорогу не зависят от количества колес, а снятие, замена, балансировка и установка - рассчитываются на каждое колесо.

Получаем:

$$A = 270 + 4 \cdot (57 + 235 + 215 + 57) = 270 + 2256 = 2526$$

$$B = 450 + 4 \cdot (52 + 205 + 195 + 52) = 450 + 2016 = 2466$$

$2466 < 2526$, значит, ответ: 2466.

Ответ: 2466.

Мы сделали это! Разобрали самую запутанную из всех типов задач 1-5 ОГЭ. Что пишут на колесах автомобиля, мы теперь знаем. Но составители заданий ОГЭ на этом не успокоились! Автомобиль надо еще и застраховать.

В условии следующей задачи будут загадочные слова «коэффициент бонус-малус». Ребята, не пугаемся! Бонус – это скидка на страховку хорошему водителю. Кто ездит, не нарушая правил, тот меньше платит за страховку автомобиля, получает бонус. А кто ездит плохо, тому наоборот, надбавку, малус. В переводе с латинского «бонус-малус» означает «хороший-плохой». Хорошему водителю скидку, плохому водителю повысим стоимость страховки, всё!

6 тип. ОСАГО

6. Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов.

Коэффициент бонус-малус (КБМ) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года, в соответствии со следующей таблицей.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М
5	0,9	6	3	1	М	М
6	0,85	7	4	2	М	М
7	0,8	8	4	2	М	М
8	0,75	9	5	2	М	М
9	0,7	10	5	2	1	М
10	0,65	11	6	3	1	М
11	0,6	12	6	3	1	М
12	0,55	13	6	3	1	М
13	0,5	13	7	3	1	М

Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу ниже).

Стаж, лет \ Возраст, лет	КВС							
	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Павел страховал свою гражданскую ответственность три года. В течение первого года были сделаны две страховые выплаты, после этого выплат не было.

6.1. Какой класс будет присвоен Павлу на начало четвертого года страхования?

Решение. Несмотря на то, что задача кажется запутанной, давайте распутаемся.

1й год: “сначала водителю присваивается класс 3”. Смотрим на строку “3”

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М

“В течение первого года были сделаны две страховые выплаты”: ищем пересечение столбца “две страховые выплаты” с классом 3.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М

Значит, на начало второго года страхования у Павла будет класс М.

Вновь начинаем сначала. На второй года у Павла класс М и 0 страховых выплат (т.к. в условии сказано, что после первого года выплат не было):

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М

Т.е. на начало третьего года у Павла класс 0 и 0 страховых выплат.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М

Значит, на начало четвертого года у Павла будет класс 1.

Ответ: 1

6.2. Чему равен КБМ на начало четвертого года страхования?

Решение. Из задания 1 мы знаем, что класс на начало четвертого года = 1. Тогда:

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М

Коэффициент КБМ = 1,55

Ответ: 1,55

6.3. Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу).

Стаж, лет \ Возраст, лет	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Когда Павел получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 24 года. Чему равен КВС на начало 4-го года страхования?

Решение. Повторим рассуждения, аналогичные заданию 1. На начало первого года:

Стаж, лет \ Возраст, лет	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

На начало второго года Павлу будет 25 лет и стаж будет 1 год.

На начало третьего года - 26 лет и стаж 2 года.

На начало четвертого года - 27 лет и стаж 3 года:

Стаж, лет \ Возраст, лет	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Ответ: 1,04

6.4. В начале третьего года страхования Павел заплатил за полис 18 745 руб. Во сколько рублей обойдётся Павлу полис на четвертый год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

Решение. Внимательно перечитаем условие: “если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся”.

Как находить КБМ и КВС, мы знаем из заданий 2 и 3. Но сейчас речь идет о *других* коэффициентах, которые нужно найти. Обозначим другие коэффициенты через x (и этот x НЕ изменится на 4й год).

Получается, что

$$18\,745 = \text{КБМ (3 год)} * \text{КВС (3 год)} * x.$$

КБМ на начало третьего года возьмем из задания 1:

Т.е. на начало третьего года у Павла класс 0 и 0 страховых выплат.

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М

Значит, КБМ = 2,3.

КВС возьмем из предыдущего задания:

На начало третьего года - 26 лет и стаж 2 года:

На начало четвертого года - 27 лет и стаж 3 года:

Стаж, лет \ Возраст, лет	Возраст, лет								
	0	1	2	3-4	5-6	7-9	10-14	более 14	
16-21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66				
22-24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04			
25-29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01		
30-34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96	
35-39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96	
40-49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	
50-59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	

Значит, КВС = 1,63.

Подставим в уравнение найденные значения:

$$18\,745 = 2,3 \cdot 1,63 \cdot x$$

$$x = \frac{18\,745}{2,3 \cdot 1,63} = 5000$$

Посчитаем сумму на четвертый год:

$$x \cdot \text{КБМ}(4 \text{ год}) \cdot \text{КВС}(4 \text{ год}) = 5000 \cdot 1,55 \cdot 1,04 = 8060$$

Ответ: 8060.

6.5. Павел въехал на участок дороги протяженностью 2,7 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на дороге — 60 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Павел въехал на участок в 11:03:16, а покинул его в 11:05:31. Нарушил ли Павел скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешенной?

Решение. Чтобы найти скорость $v = \frac{s}{t}$, найдем время, за которое Павел проехал 2,7 км.

$$11ч 5м 31с - 11ч 3м 16с = 5м 31с - 3м 16с = 331с - 196с = 135с = \frac{135}{60 \cdot 60} ч$$

$$v = 2,7 : \frac{135}{60 \cdot 60} = \frac{2,7 \cdot 60 \cdot 60}{135} = 72 \text{ км/ч}$$

Ограничение скорости на дороге - 60 км/ч, значит, Павел ехал со скоростью, на 12 км/ч выше разрешенной.

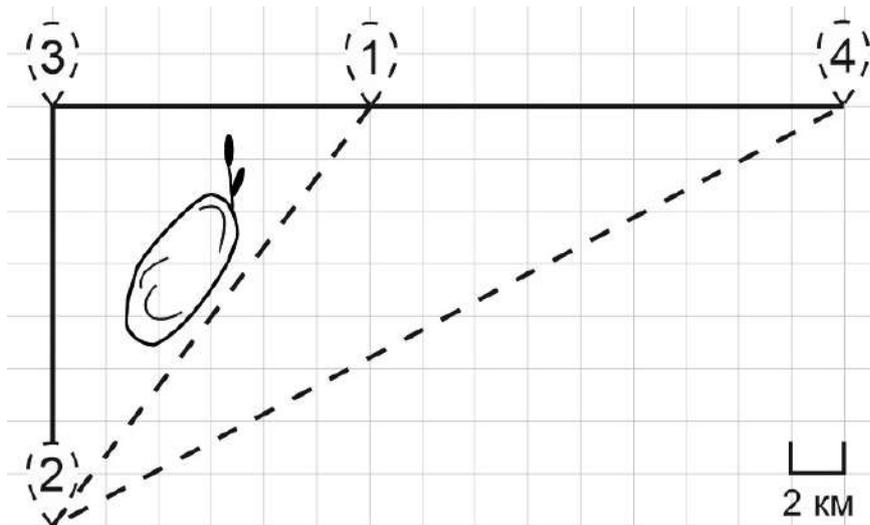
Ответ: 12.

С колесами разобрались, машину застраховали. Пора куда-нибудь поехать! И не просто «сели и поехали», а по-научному, с применением теоремы Пифагора. И не просто пойдём покупать продукты в сельский магазин, а посчитаем, где выгоднее приобрести хлеб, молоко и сыр.

7 тип. Путешествия

7. Сережа летом отдыхает с папой в деревне Пирожки. В среду они собираются съездить на машине в село Княжеское. Из деревни Пирожки в село Княжеское можно проехать по прямой грунтовой дороге. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Васильево до деревни Рябиновки, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в село Княжеское. Есть и третий маршрут: в деревне Васильево можно свернуть на прямую грунтовую дорогу в село Княжеское, которая идет мимо пруда.

Шоссе и грунтовые дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Сережа с папой едут со скоростью 60 км/ч, а по грунтовой дороге со скоростью 40 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населенных пунктов, длина стороны каждой клетки равна 2 км.

7.1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населенные пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Пирожки	с. Княжеское	д. Рябиновка
Цифры			

Решение. Все маршруты - о том, как добраться из д. Пирожки в с. Княжеское. Поэтому судя по схеме, эти два населенных пункта должны быть отмечены цифрами 2 и 4. Осталось понять, где Пирожки: в 2 или в 4.

Давайте поищем подсказки по тому, как расположены населенные пункты, из условия: “по прямолинейному шоссе через деревню Васильево до деревни Рябиновки, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в село Княжеское”.

Прямой угол на схеме находится в точке 3. Значит, 3 — это деревня Рябиновка.

На отрезке от 2 до 3 нет еще одного населенного пункта. А вот на отрезке от 4 до 3 есть населенный пункт 1 — это подходит под описание “через деревню Васильево до деревни Рябиновки”. Значит, 1 — это деревня Васильево, 3 - деревня Рябиновка, 2 - село Княжеское, 4 - деревня Пирожки:

Насел. пункты	д. Пирожки	с. Княжеское	д. Рябиновка
Цифры	4	2	3

Ответ: 423

7.2. Сколько километров проедут Сережа с папой от деревни Пирожки до села Княжеское, если они поедут по шоссе через деревню Рябиновка?

Решение.



Длина одной клетки = 2км, значит, Сережа с папой проедут $2 \cdot 23 = 46$ км.

Ответ: 46.

7.3. Найдите расстояние от деревни Васильево до села Княжеское по прямой. Ответ дайте в километрах.

Решение.



Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC: BC=6 клеток, AC = 8 клеток.

По теореме Пифагора: $AB^2 = BC^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$

$$AB = 10 \text{ клеток} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ км}$$

Ответ: 20 км.

7.4. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Пирожки в село Княжеское Сережа с папой, если они поедут по прямой грунтовой дороге?

Решение.



Рассмотрим прямоугольный треугольник ACD: AC = 8 клеток, CD = 15 клеток.

По теореме Пифагора: $AD^2 = DC^2 + AC^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$

$$AD = 17 \text{ клеток} = 17 \cdot 2 = 34 \text{ км}$$

Дорога AD нарисована пунктиром. Значит, она грунтовая, и скорость движения по ней 40 км/ч. Составим пропорцию:

40 км - 60 мин

34 км - x мин

$$x = \frac{34 \cdot 60}{40} = 51 \text{ мин}$$

Ответ: 51

- 7.5. В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырех магазинах, расположенных в деревне Пирожки, селе Княжеском, деревне Васильево и деревне Рябиновке.

Решение.

Наименование продукта	д. Пирожки	с. Княжеское	д. Васильево	д. Рябиновка
Молоко (1 л)	48	45	50	52
Хлеб (1 батон)	34	32	33	28
Сыр «Российский» (1 кг)	240	280	270	260
Говядина (1 кг)	370	400	380	420
Картофель (1 кг)	22	16	28	30

Сережа с папой хотят купить 2л молока, 3 батона хлеба и 1кг сыра “Российский”. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в магазине.

Напомним, что на экзамене можно делать пометки в бланке заданий. Поэтому отметим сразу на бланке часть расчетов:

Наименование продукта	д. Пирожки	с. Княжеское	д. Васильево	д. Рябиновка
Молоко (1 л) 2	$2 \cdot 48 = 96$	$2 \cdot 45 = 90$	$2 \cdot 50 = 100$	$2 \cdot 52 = 104$
Хлеб (1 батон) 3	$3 \cdot 34 = 102$	$3 \cdot 32 = 96$	$3 \cdot 33 = 99$	$3 \cdot 28 = 84$
Сыр «Российский» (1 кг) 1	240	280	270	260
Говядина (1 кг)	370	400	380	420
Картофель (1 кг)	22	16	28	30

Посчитаем общие суммы для каждого из населенных пунктов:

д. Пирожки: $96 + 102 + 240 = 438$

с. Княжеское: $90 + 96 + 280 = 466$

д. Васильево: $100 + 99 + 270 = 469$

д. Рябиновка: $104 + 84 + 260 = 448$

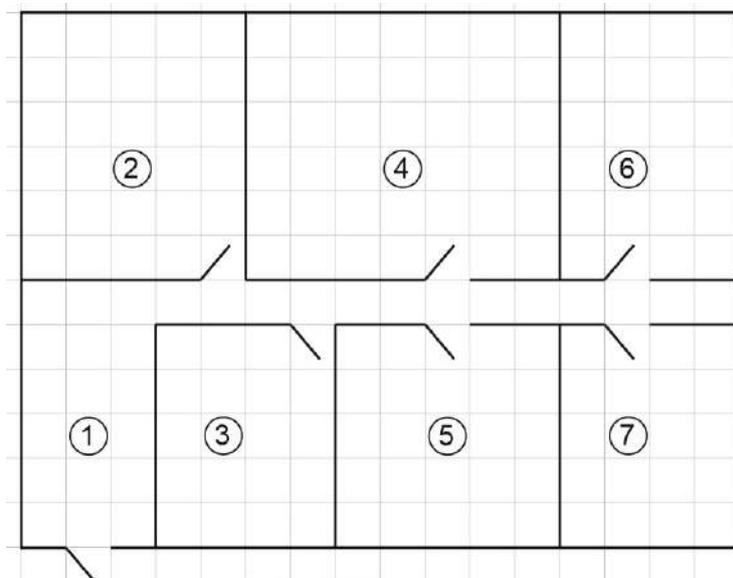
Наименьшая стоимость среди наборов: 438 рублей.

Ответ: 438.

Два литра молока, 3 батона и килограмм сыра... Могучий перекус получился у Сережи с папой! Как в них все это поместилось – в задаче не спрашивается. В общем, покатались они по деревням, по гипотенузам прямоугольных треугольников, и домой вернулись, в свою квартиру. Про нее тоже задача придумана.

8 тип. Квартиры

8. На плане изображена схема квартиры (сторона каждой клетки на схеме равна 1 м).



Квартира имеет прямоугольную форму. Вход и выход осуществляются через единственную дверь. При входе в квартиру расположен коридор, отмеченный цифрой **1**, а справа находится кладовая, которая занимает площадь в 20 кв. м. Гостиная занимает наибольшую площадь в квартире, а слева от неё находится кухня. Прямо перед гостиной находится детская. **В** верхнем правом углу схемы находится санузел, отмеченный цифрой **6**. Прямо напротив него располагается ванная комната. В санузле и ванной комнате пол выложен плиткой, которая имеет размер 0,5 м × 0,5 м. В квартире стоит однотарифный счётчик электроэнергии. Имеется возможность установить двухтарифный счётчик.

- 8.1. Для гостиной, кухни, ванной, кладовой определите, какими цифрами они обозначены на схеме. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Решение.

Давайте еще раз перечитаем условие и разберемся, какая цифра соответствует какой комнате.

«При входе в квартиру расположен коридор» (вход на рисунке изображен открытой дверью). Значит, цифра 1 – это коридор.

«Справа находится кладовая комната». Справа от цифры 1 на схеме отмечена комната 3. Значит, цифра 3 – это кладовая.

«Гостиная занимает наибольшую площадь в квартире». Где на схеме самая большая комната? Это №4.

«Слева от нее (от гостиной) находится кухня». Сразу запомним: в подобных задачах мы смотрим только на рисунок. Мы не ходим мысленно по квартире, не поворачиваемся спиной или лицом к какой-то комнате. Мы решаем математическую задачу, в которой нет места неопределенности (и куче уточнений, а куда мы стоим лицом). Как смотрим на картинку – так все и закреплено в описании.

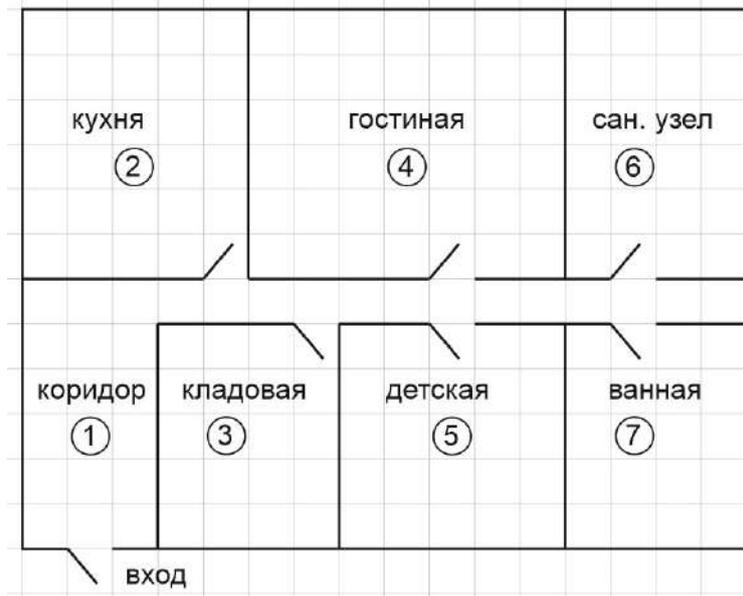
Поэтому «слева от гостиной» на схеме однозначно расположена комната №2. Т.е. 2 – это кухня.

«Прямо перед гостиной находится детская». Мы уже выяснили, что гостиная – это №4. Напротив №4 на схеме расположена комната №5. Значит, 5 – это детская.

«В верхнем правом углу схемы находится санузел, отмеченный цифрой 6». Тут спасибо разработчикам за то, что даже в процессе чтения условия можно «сверить часы» и убедиться, что мы все верно понимаем. Более того, это еще одна отсылка к нашему разговору про «нет места неопределенности». Т.к. если бы кто-то по ошибке детскую разместил в комнате №6, в этот момент ему пришлось бы перечитать условие и разобраться, где на самом деле находится детская.

«Прямо напротив него (санузла) располагается ванная комната». Напротив санузла расположена комната №7. Значит, 7 – это ванная комната.

Для удобства работы с дальнейшими заданиями отметим все названия комнат прямо на рисунке (напоминаем, что на ОГЭ можно рисовать и делать пометки на бланках с заданиями):



Тогда гостиная, кухня, ванна, кладовая – это 4,2,7,3.

Ответ: 4273

8.2 Плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол в ванной комнате и санузле?

Решение.

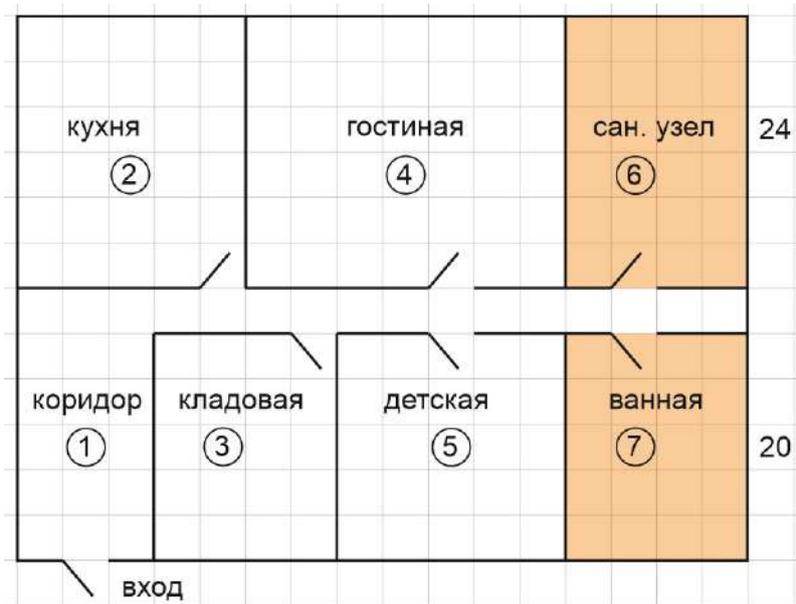
Перечитаем условие: «в санузле и ванной комнате пол выложен плиткой, которая имеет размер 0,5 м × 0,5 м». Размер плитки есть. А какая площадь ванной комнаты? И какая площадь санузла? Еще раз перечитаем условие, есть ли там упоминания про площадь.

«Кладовая комната, которая занимает площадь в 20 кв. м.».

Посчитаем, сколько клеток занимает кладовая: 20.

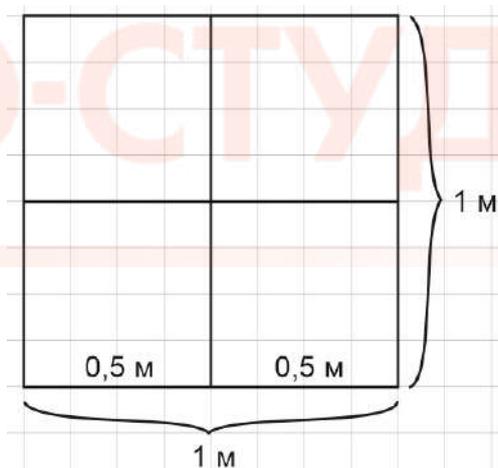
При этом площадь тоже равна 20. Т.е. площадь одной клетки равна 1 кв.м.

Пересчитаем, сколько клеток содержится в ванной и санузле:



Всего: 44 клетки.

Сколько плиток помещается на 1 кв.м.?



Даже если не вдаваться в подробности и расчеты площади, можно быстро набросать схематичный квадрат на черновике и увидеть, что в 1 кв.м. содержится 4 квадратных плитки размером 0,5 x 0,5.

Тогда для ванной комнаты и санузла понадобится $44 \cdot 4 = 176$ плиток.

В упаковке содержится 5 плиток, значит $176 : 5 = 35 \frac{1}{5}$

35 упаковок нам не хватит, чтоб весь пол уложить плиткой. А 36 – хватит.

Ответ: 36

8.3. Найдите площадь, которую занимает гостиная. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение.

В задании 2 мы выяснили, что 1 клетка = 1 кв.м.

Значит, чтобы дать ответ на это задание, нужно пересчитать клетки в гостиной.

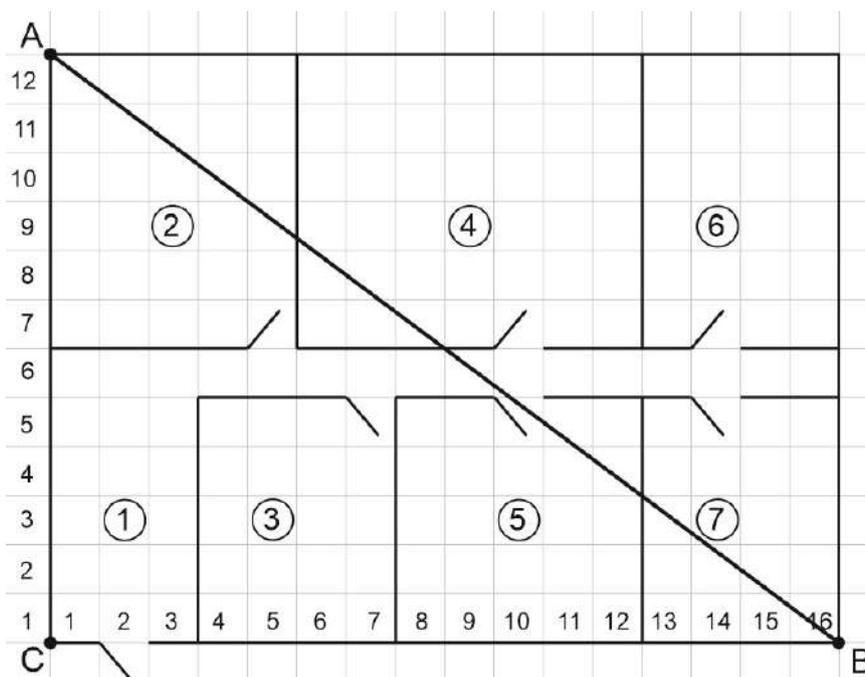


42 клетки в гостиной = 42 кв.м.

Ответ: 42

8.4. Найдите расстояние от верхнего левого угла квартиры до нижнего правого угла квартиры (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Решение.



Обозначим углы квартиры на схеме точками А,В,С.

Расстояние от верхнего левого угла квартиры до нижнего правого угла квартиры – это отрезок АВ.

Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC. По теореме Пифагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 = 20^2$$

Значит, АВ = 20.

Ответ: 20

8.5. Хозяин квартиры планирует заменить в квартире счётчик. Он рассматривает два варианта: однотарифный или двухтарифный счётчики. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о тарифах оплаты, и их стоимости даны в таблице:

	Оборудование и монтаж	Сред. потребл. мощность в час	Стоимость оплаты
Однотарифный	5100 руб.	3,5 кВт · ч	2 руб./ (кВт · ч)
Двухтарифный	10 000 руб.	3,5 кВт · ч	2 руб./ (кВт · ч) днём
			1 руб./ (кВт · ч) ночью (с 23:00 до 6:00)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить двухтарифный электросчётчик. Через **сколько дней (суток)** непрерывного использования электричества **экономия от использования двухтарифного** счётчика вместо однотарифного **компенсирует разность в стоимости установки** двухтарифного счётчика и однотарифного?

Решение.

Прежде, чем бросаться в расчеты, давайте проанализируем и сравним значения для однотарифного и двухтарифного счетчиков.

Судя по таблице, у счетчиков разная стоимость оборудования и монтажа (5100 и 10 000 рублей). Т.е. разница в установке 4 900 руб (именно эту стоимость нужно «компенсировать»).

И разная стоимость в ночное время с 23:00 до 6:00, т.е. 7 часов времени в сутки. При этом в среднем в час мы потребляем 3,5 кВт. Значит, за ночь на однотарифном счетчике мы тратим $7 \cdot 3,5 \cdot 2 = 49$; а на двухтарифном счетчике мы тратим $7 \cdot 3,5 \cdot 1 = 24,5$.

Разница за ночное время в сутки выходит: $49 - 24,5 = 24,5$.

Значит, 24,5 рублей – это та сумма, которую мы «выигрываем» за сутки.

Сколько дней по 24,5 рублей мы будем компенсировать 4900?

$$\frac{4900}{24,5} = 200 \text{ суток}$$

Ответ: 200

Похоже, составители заданий ОГЭ умеют делать задачи из чего угодно. Получается немного странно, не совсем так, как в жизни. Например, зачем может понадобиться расстояние между двумя противоположными углами квартиры?

Следующая задача тоже слегка странная. Узнаем, как устроен зонтик. Скорее всего, вам не придется шить зонтики (хотя кто знает?) Но умение померить, рассчитать, «семь раз отмерить – один раз отрезать» в жизни вполне может пригодиться.

Встречайте, зонтики!

9 тип. Зонты

9. Два друга, Петя и Вася, задумались о том, как рассчитать площадь поверхности зонта.

На первый взгляд зонтик кажется круглым, а его купол напоминает часть сферы (сферический сегмент). Но если присмотреться, то видно, что купол зонта состоит из восьми отдельных клиньев, натянутых на каркас из восьми спиц (рис.1). Сферическая форма в раскрытом состоянии достигается за счет гибкости спиц и эластичности ткани, из которой изготовлен зонтик.

Петя и Вася сумели измерить расстояние между концами соседних спиц a . Оно оказалось равно 38 см. Высота купола зонта h (рис.2) оказалась равна 25 см, а расстояние d между концами спиц, образующих дугу окружности, проходящей через вершину зонта, - ровно 100 см.

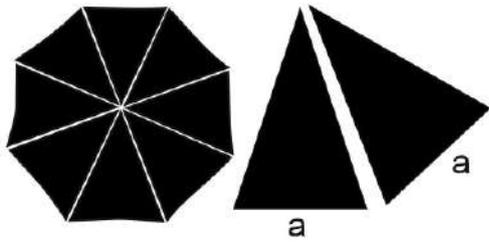


Рис. 1

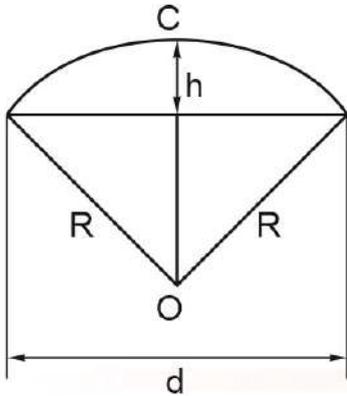


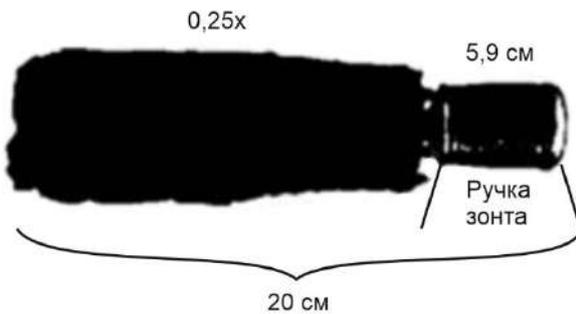
Рис. 2

- 9.1. Длина зонта в сложенном виде равна 20 см и складывается из длины ручки (рис.3) и четверти длины спицы (зонт в четыре сложения). Найдите длину спицы, если длина ручки зонта равна 5,9 см.



Рис. 3

Решение. Внесем все данные из условия на рисунок:



Составим уравнение:

$$0,25x + 5,9 = 20$$

$$x = 56,4 \text{ см}$$

Ответ: 56,4

- 9.2. “Поскольку зонт шит из треугольников, - рассуждал Петя, - площадь его поверхности можно найти как сумму площадей треугольников”. Вычислите площадь поверхности зонта методом Пети, если высота каждого равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, равна 53,1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до десятков.

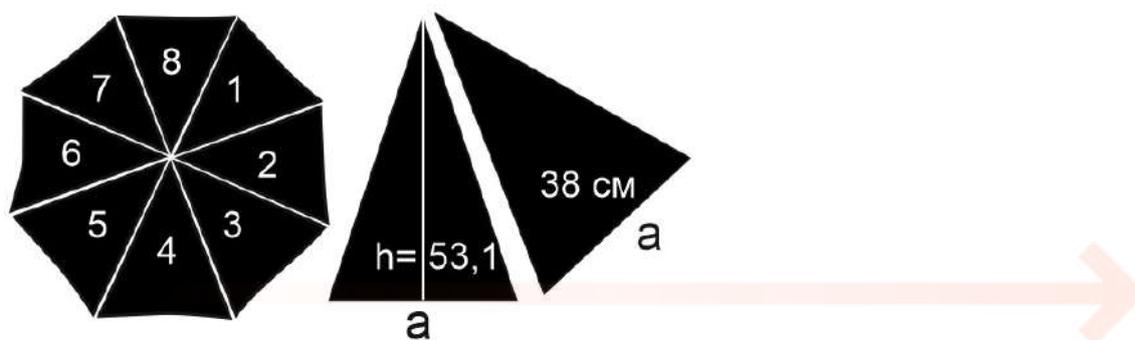


Рис. 1

Решение. Площадь поверхности зонта равна 8 площадям треугольников:

$$S = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 38 \cdot 53,1 = 8071,2 \approx 8070$$

Ответ: 8070

- 9.3. Вася предположил, что купол зонта имеет форму сферического сегмента. Вычислите радиус R сферы купола, зная, что $OC = R$ (рис.2). Ответ дайте в сантиметрах.

Решение. Внесем данные из условия на рисунок:

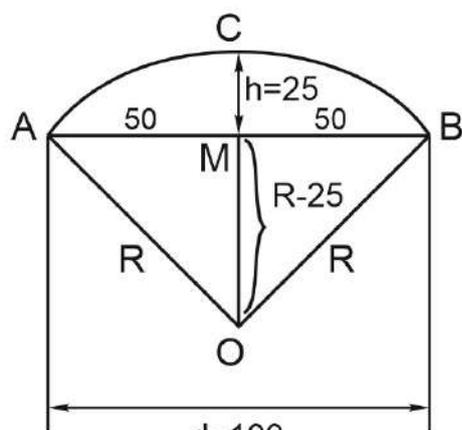


Рис. 2

Рассмотрим прямоугольный треугольник АМО: АМ = 50, МО = R-25, АО = R.

По теореме Пифагора:

$$AO^2 = AM^2 + OM^2$$

$$R^2 = 50^2 + (R - 25)^2$$

$$R = 62,5$$

Ответ: 62,5

9.4. Вася нашел площадь купола зонта как площадь поверхности сферического сегмента по формуле $S = 2\pi Rh$, где R - радиус сферы, а h - высота сегмента. Рассчитайте площадь поверхности купола способом Васи. Число π округлите до 3,14. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до целого.

Решение: R=62,5 из задания 3, h=25 по условию. Подставим в формулу:

$$S = 2\pi Rh = 2 \cdot 3,14 \cdot 62,5 \cdot 25 = 9812,5 \approx 9813$$

Ответ: 9813.

9.5. Рулон ткани имеет длину 35 м и ширину 80 см. На фабрике из этого рулона были вырезаны треугольные клинья для 29 зонтов, таких же, как зонт, который был у Пети и Васи. Каждый треугольник с учетом припуска на швы имеет площадь 1050 кв.см. Оставшаяся ткань пошла в обрезки. Сколько процентов ткани рулона пошло в обрезки?

Решение. Посчитаем общую площадь рулона ткани:

$$S_{\text{рулона}} = 35\text{м} \cdot 80\text{см} = 3500\text{см} \cdot 80\text{см} = 280\,000\text{ см}^2$$

Площадь ткани для 29 зонтов (каждый зонт содержит 8 треугольников):

$$S_{29} = 29 \cdot 8 \cdot 1050 = 243\,600\text{ см}^2$$

Тогда количество обрезков: $280\,000 - 243\,600 = 36\,400$.

Составим пропорцию:

280 000 - 100%

36 400 - x%

$$x = \frac{36400 \cdot 100}{280000} = 13$$

Ответ: 13.

Дорогие друзья! Мы надеемся, что эта книга помогла вам освоить самые необычные задачи ОГЭ по математике.

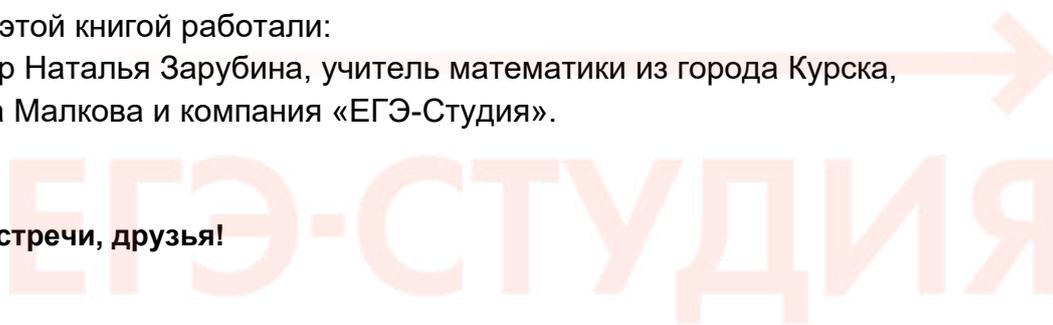
Напишите нам, понравилась ли книга. Помогла ли вам на контрольной или экзамене.

А может быть, что-то похожее встретится вам во взрослой жизни? Например, когда вы будете делать ремонт в квартире или страховать свой автомобиль.

Над этой книгой работали:

автор Наталья Зарубина, учитель математики из города Курска,
Анна Малкова и компания «ЕГЭ-Студия».

До встречи, друзья!



Онлайн-курс по математике для 9 класса. ОГЭ на 5!

Это идеальная траектория подготовки к ОГЭ, от азов до самых сложных задач.

Самое доступное и качественное предложение на рынке.

Для учеников, родителей и учителей / репетиторов математики.

- Ученики получают готовое пошаговое решение проблемы сдачи ОГЭ.
- Родители - поймут, как простым языком объяснить сложные вещи.
- Преподаватели получают готовую методику подготовки и подборки задач.

Узнайте подробнее про курс [здесь!](#)



vk.com/malkova_ege

ege-study.ru

+7 (495) 984 09 27
+7 (800) 775 06 82
admin@ege-study.ru



youtube.com/MalkovaAnna