

Задачи варианта №1

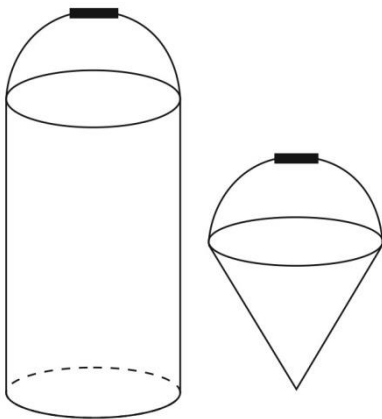
Часть 1. Задания с кратким ответом

1. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10, а один из острых углов равен 15 градусов. Найти высоту, проведенную из вершины прямого угла.

2. Вектор \overrightarrow{AB} с началом в точке $A(14, -1)$ имеет координаты $(8, 1)$. Найдите ординату точки B .

3. *Анна Малкова*

У Валентины Петровны есть два ведра для полива огорода: одно цилиндрическое, другое в форме конуса. Радиус окружности конуса и радиус цилиндрического ведра одинаковы, а еще у цилиндрического ведра высота в 2 раза больше, чем у ведра в форме конуса. Во сколько раз больше воды помещается в цилиндрическое ведро?



4. *Анна Малкова*

В морской экскурсии участвуют 16 туристов, в том числе Андрей и Наташа. В каждой лодке 4 места для туристов, места в лодках распределяются случайным образом. С какой вероятностью Андрей и Наташа окажутся в одной лодке?

5. *Анна Малкова*

С какой вероятностью в случайно выбранном месяце високосного года будет 5 воскресений? Ответ округлите до сотых.

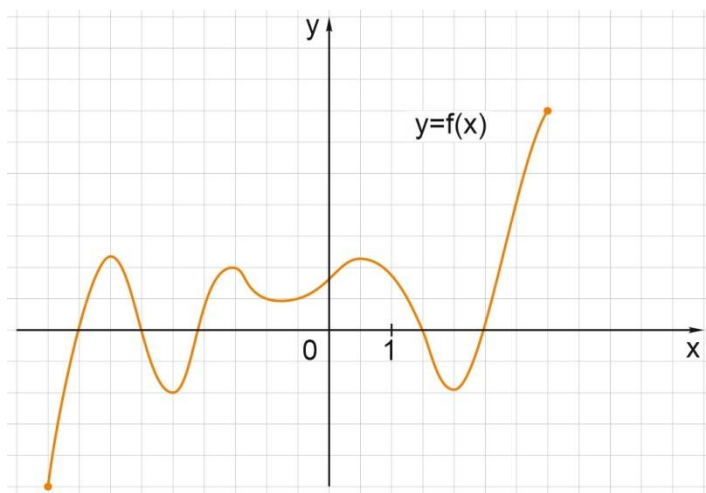
6. Анна Малкова

Решите уравнение: $\sqrt{24 - 5x} = -x$.

Если уравнение имеет несколько корней, в ответе запишите больший корень.

7. Внесите под корень и вычислите: $(\sqrt{3} - 2)\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

8. На рисунке изображен график функции $f(x)$, определенной на отрезке $[-4,5; 3,5]$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на данном отрезке.



9. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Коля бросает небольшие камешки в колодец, измеряя время их падения, и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя камушки падали 1,6 с.

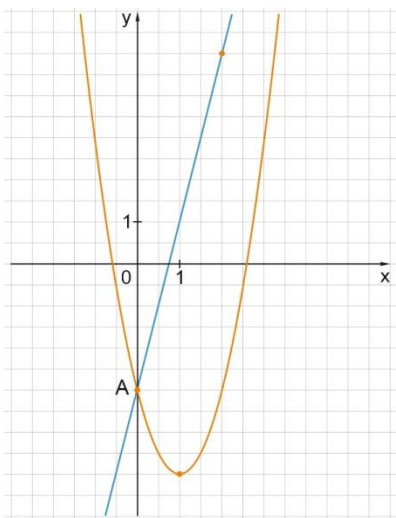
На сколько поднялся уровень воды после дождя, если измеряемое время уменьшилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

10. Исаак Ньютон

Трава на всем лугу растет одинаково густо и быстро. Известно, что 70 коров поели бы ее за 24 дня, а 30 коров — за 60 дней. Сколько коров поели бы всю траву за 96 дней? Предполагается, что коровы поедают траву равномерно.

11. Анна Малкова

На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx + d$ пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



12. Анна Малкова

Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 - 6x + 11$ на отрезке $[-1; 1]$.

Часть 2. Задания с развернутым ответом

13.

а) Решите уравнение $2\cos^2 x + 5\sin x = 5$.

б) Найдите все корни уравнения на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$.

14. Анна Малкова

В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 4$, $BD = 4\sqrt{2}$. Известно, что $SB = \sqrt{11}$, $SA = SC = 3\sqrt{3}$.

а) Докажите, что ребро SD перпендикулярно прямой AC .

б) Найдите диаметр шара, описанного вокруг пирамиды $SABCD$.

15. Решите неравенство: $|x^2 - 2x| < |x + 4|$.

16. Гражданин положил в банк определенную сумму денег под фиксированный процент годового дохода. За первые два года сумма вклада возросла на 60 тысяч рублей, а за третий год – еще на 49 тысяч рублей. Какой была первоначальная сумма вклада? Ответ выразите в тысячах рублей.

17. Анна Малкова

Окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . На отрезке AB взята точка N так, что NK – общая внутренняя касательная к обеим окружностям.

а) Докажите, что углы O_1NO_2 и AKB равны.

б) Пусть E – точка пересечения AK и O_1N , F – точка пересечения BK и O_2N , радиусы окружностей равны 8 и 2. Найдите EF .

18. Анна Малкова

При каком значении параметра a система

$$\begin{cases} 2 \leq y \leq 2 + \sqrt{6x - x^2 - 5} & (1) \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 4 & (2) \\ \sin \pi x = 0 \\ \sin \pi y = 0 \end{cases}$$

имеет наибольшее количество решений? Найдите эти решения.

19. В живом уголке четыре ученика кормят кроликов. Каждый кормит нескольких (хотя бы одного) кроликов, но не всех. Первый ученик дает порцию по 100 грамм, второй – по 200 г, третий – по 300 г., а четвертый – по 400 г.

а) Может ли оказаться, что кроликов было 15 и все они получили одинаковое количество корма?

б) Может ли оказаться, что кроликов было 15 и все они получили различное количество корма?

в) Какое наибольшее количество кроликов могло быть в живом уголке, если каждый ученик насыпал корм ровно четырем кроликам и все кролики получили разное количество корма?