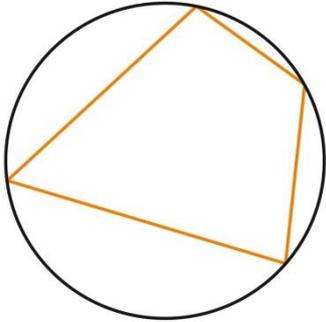


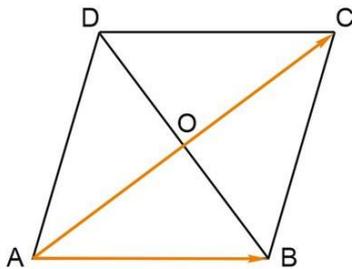
## Задачи варианта №3

### Часть 1. Задания с кратким ответом

1. Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $56^\circ$  и  $77^\circ$ . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ выразите в градусах.

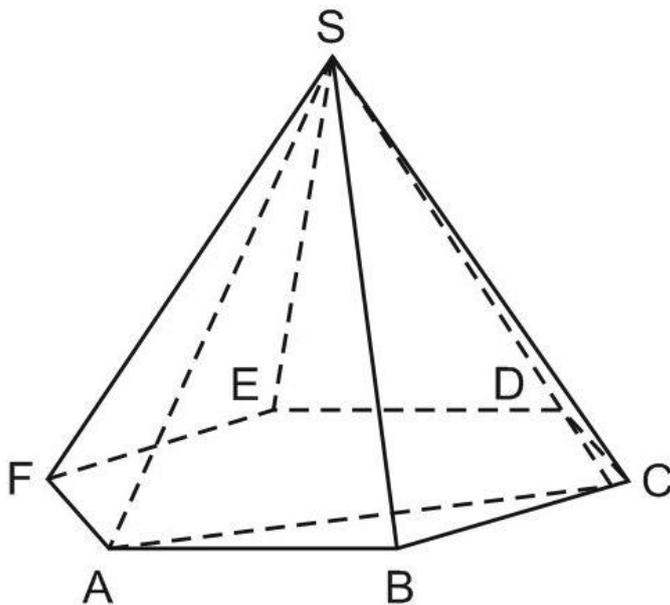


2. Диагонали ромба ABCD равны 12 и 16. Найдите длину вектора  $\vec{AB} - \vec{AC}$ .



3. Объем правильной пирамиды SABCDEF равен 18.

Найдите объем пирамиды SACDF.



#### 4. Анна Малкова

Среди учащихся 11-х классов школы 100 человек сдают ЕГЭ по математике Профильного уровня. 55 из 100 готовятся к нему на курсах или с репетитором, 35 – самостоятельно, остальные не готовятся, но верят, что все будет хорошо.

По статистике, собранной за несколько лет учителем математики этой школы, вероятность написать Пробный ЕГЭ в ноябре не ниже 70 баллов равна 0,8 для тех, кто занимается на курсах или с репетитором. Для тех, кто готовится самостоятельно, вероятность написать Пробный не ниже 70 баллов равна 0,6. Для тех, кто не готовится, вероятность получить на Пробном не ниже 70 баллов равна 0,2.

В ноябре 2022 года все 100 учащихся написали Пробный ЕГЭ. Учитель математики берет на проверку случайно выбранную работу учащегося. С какой вероятностью эта работа будет оценена не ниже, чем в 70 баллов?

#### 5. Анна Малкова

Предположим, что в условиях предыдущей задачи учитель математики проверил случайно выбранную работу и поставил за нее 72 балла. С какой вероятностью эта работа написана учеником, который никак не готовился к ЕГЭ по математике?

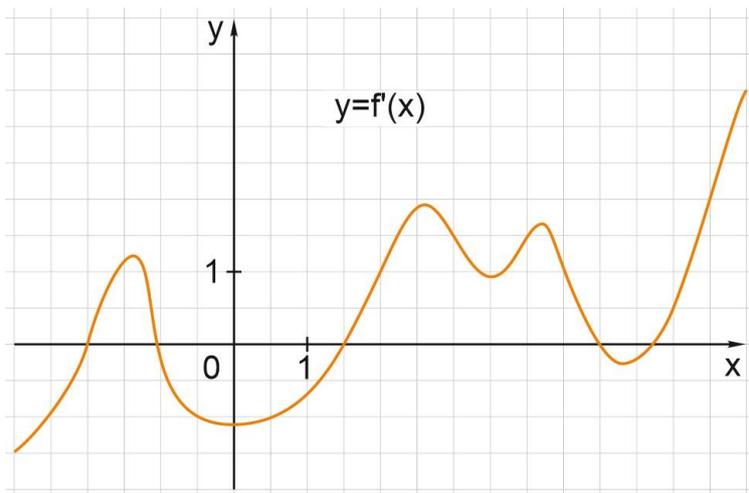
Результат округлите до сотых.

6. Решите уравнение:  $\log_2(2^x - 8) = 3$ .

#### 7. Александра Антонова

Найдите значение выражения:  $\frac{1}{2} + 8\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$ .

8. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на отрезке  $[-3; 7]$ . В какой точке отрезка  $[1; 5]$   $f(x)$  принимает наименьшее значение?



9. Анна Малкова

Ускорение свободного падения (в  $\text{м/с}^2$ ) на поверхности планеты рассчитывается по формуле  $g = G \cdot \frac{M_{\text{планеты}}}{(R_{\text{планеты}})^2}$ , где  $G$  – гравитационная постоянная,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot \text{кг}$ .

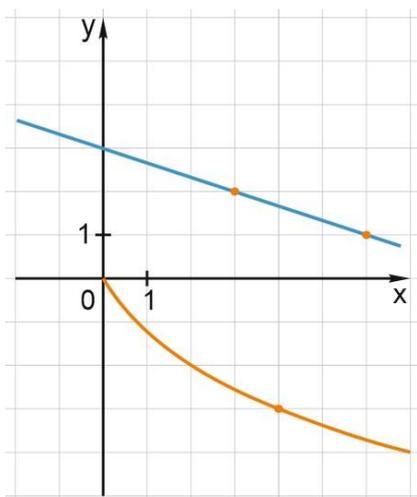
Определите ускорение свободного падения на поверхности планеты Файра\*, если масса Файры равна  $3,68 \cdot 10^{24}$  кг, ее радиус равен  $4,6 \cdot 10^6$  метров, условия на планете близки к земным.

\*Название вымышленное, возможные совпадения случайны.

10. Александра Антонова

Сколько граммов воды нужно добавить к 50 граммов сухого картофельного пюре с содержанием воды 7%, чтобы получить пюре с содержанием воды 85%?

11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точке А. Найдите ординату точки А.



12. *Анна Малкова*

Найдите наименьшее значение функции  $g(x) = \frac{x}{x^2+4}$  на отрезке  $[1; 3]$ .

**Часть 2. Задания с развернутым ответом**

13.

а) Решите уравнение:  $\sin 2x \sin 6x = \cos x \cos 3x$

б) Найдите все корни уравнения на отрезке  $[0; \frac{\pi}{2}]$ .

14. *Анна Малкова*

Дан куб  $A...D_1$ . Точка  $E$  – середина ребра  $AD$ , точка  $F$  – середина ребра  $CC_1$ . Плоскость, проходящая через точки  $E, F$  и  $A_1$ , пересекает ребро  $CD$  в точке  $N$ .

а) Докажите, что  $DN : CN = 2 : 1$ .

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания куба. В ответе запишите тангенс этого угла.

15. *Александра Антонова*

Решите неравенство:  $\log_7(49x^2 - 25) - \log_7 x \leq \log_7(50x - \frac{9}{x} - 10)$ .

16. *Анна Малкова*

Задумав разбогатеть, Валентина Петровна основала стартап под названием «Всем банан».

1 ноября Валентина Петровна закупила 2 тонны бананов. Ежедневно с утра, начиная со 2 ноября, она развозит их по отдаленным деревням и продает по цене, в 5 раз превышающей закупочную.

Забываясь о потребителе, Валентина Петровна каждое утро, начиная со 2 ноября, перед началом торговли проверяет состояние бананов и находит, что 10% из них испортились и не годятся для продажи. Валентина Петровна выбрасывает испорченные бананы и продает хорошие, причем каждый день ей удается продать 250 кг бананов.

Сколько дней Валентине Петровне придется с утра продавать бананы, чтобы распродать все 2 тонны?

17. Анна Малкова

Остроугольный треугольник  $ABC$ , в котором угол  $A$  равен  $60$  градусам, вписан в окружность. Известны длины сторон треугольника:  $AB = 5$ ,  $AC = 7$ . Биссектриса  $AE$  треугольника  $ABC$  пересекает описанную окружность в точке  $L$ . Медиана треугольника  $ABC$ , проведенная к стороне  $BC$ , пересекает эту окружность в точке  $M$ , а его высота, проведенная к  $BC$ , пересекает ту же окружность в точке  $H$ .

а) Докажите, что точка  $L$  лежит между точками  $H$  и  $M$ .

б) Найдите  $AE \cdot EL$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y + 1) \leq 0 \\ 3x^2 + 3y^2 - 6a(x + y) + 5a^2 - 6x + 4a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Полина записала несколько различных натуральных чисел, все цифры которых нечетны, после чего нашла сумму этих чисел и обозначила ее через  $S$ .

а) Может ли сумма цифр числа  $S$  быть нечетным числом, если Полина записала ровно четыре числа?

б) Может ли произведение цифр числа  $S$  быть нечетным числом, если  $S > 1000$ ?

в) Пусть десятичная запись числа  $S$  состоит из  $2021$  цифры. Какое наименьшее натуральное значение может принимать произведение цифр числа  $S$ ?