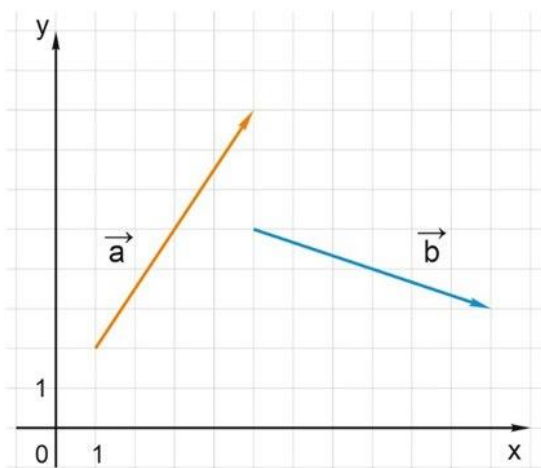


ЕГЭ-2024 Вариант 5

Часть 1. Задания с кратким ответом

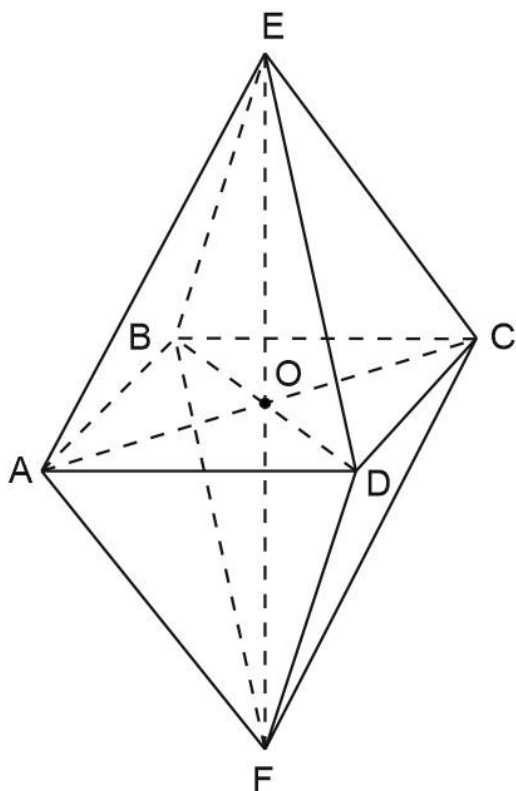
1. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром $AC = 10$, сторона AB равна 8. Найдите тангенс угла BDC .

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



3. Анна Малкова

Найдите объем восьмигранника, изображенного на рисунке, если $ABCD$ – квадрат со стороной 5, O – точка пересечения его диагоналей, отрезок EF перпендикулярен плоскости ABC , $OE = OF = 6$.



4. За наблюдаемый период на 90% всех дней приходилась ясная погода. Гидрометцентр в тот же период предсказывал верную погоду в 74 случаях из 100, причем в 80% всех случаев, когда на день приходилась ясная погода, предсказания Гидрометцентра сбывались. Сколько процентов среди пасмурных дней составляют те, в которых Гидрометцентр предсказал правильную погоду?

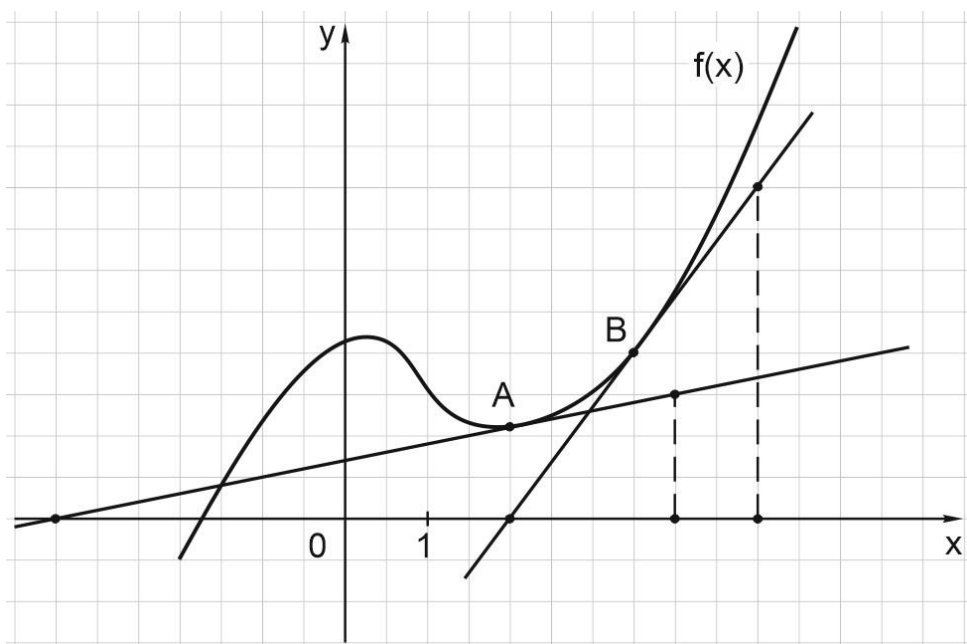
5. За наблюдаемый период на 90% всех дней приходилась ясная погода. Гидрометцентр в тот же период предсказывал верную погоду в 74 случаях из 100, причем в 80% всех случаев, когда на день приходилась ясная погода, предсказания Гидрометцентра сбывались. С какой вероятностью погода оказалась пасмурной в тот день, когда Гидрометцентр предсказал пасмурную погоду?

6. Решите уравнение: $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$.

Если корней несколько, в ответе запишите сумму корней.

7. Вычислите: $\frac{-2 \cos 276^\circ}{\cos 84^\circ}$

8. На рисунке изображен график непрерывной функции $f(x)$ и касательные CD и MN, проведенные к ее графику в точках A и B. Найдите отношение значений производной функции $f(x)$ в точках A и B.



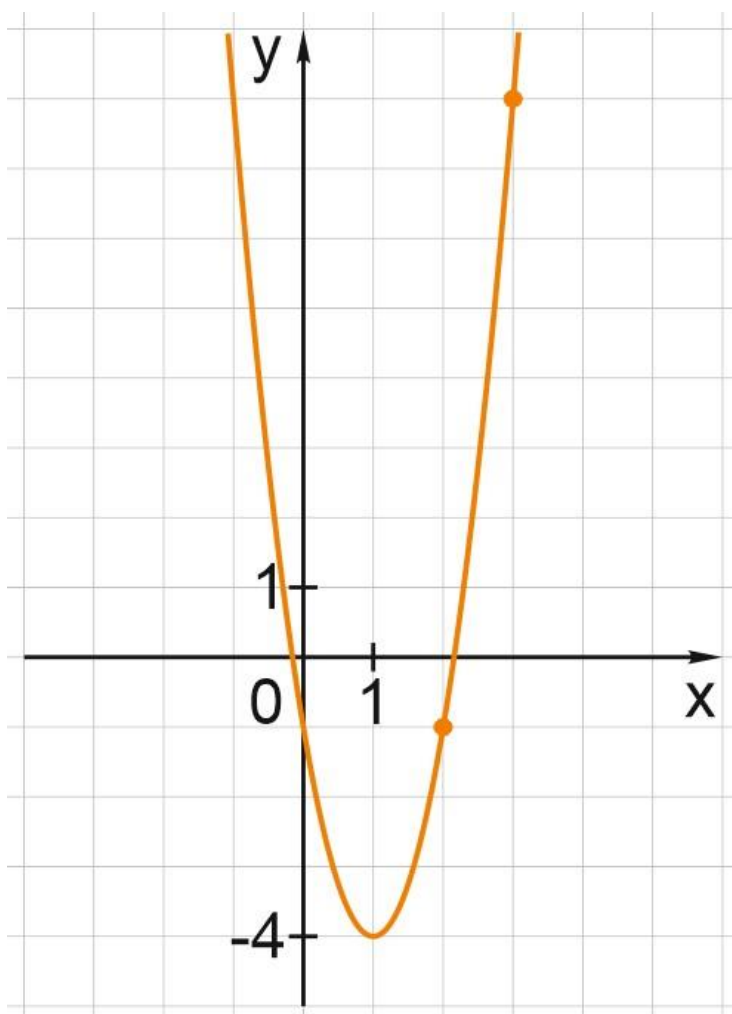
9. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t - время в секундах, амплитуда $U_0 = 2\text{ В}$, частота $\omega = 150^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = 45^\circ$.

Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, то загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

10. Кристалл, находясь в стадии формирования, равномерно наращивает свою массу. Наблюдая формирование двух кристаллов, заметили, что за год первый кристалл увеличил свою первоначальную массу на 4%, а второй на 5%, в то время как прирост массы первого кристалла за 3 месяца оказался равным приросту массы второго кристалла за 4 месяца. Какой была первоначальная масса первого кристалла, если известно, что после того как масса каждого из кристаллов увеличилась на 20 г, отношение массы первого кристалла к массе второго кристалла стало равно 1,5?

Ответ выразите в граммах.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где a, b, c - целые. Найдите $f(-10)$.



12. Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{5-x}$.

Часть 2. Задания с развернутым ответом

13. а) Решите уравнение: $\cos 3x - 2 \cos 2x = 2$

б) Найдите все корни уравнения на отрезке $[0; \pi]$.

14. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC , у которого угол C равен 90° , угол A равен 30° , $AC = 10\sqrt{3}$. Диагональ боковой грани B_1C составляет угол 30° с плоскостью $A A_1B_1$.

а) CE – высота треугольника ABC . Докажите, что угол B_1EC – прямой.

б) Найдите высоту призмы.

15. Решите неравенство: $9 \cdot 2^{\log_3(5-x)} + 2^{1+\log_3 x} - 2^{\log_3(5x-x^2)} \leq 18$.

16. *Анна Малкова*

В марте 2001 года Антон открыл в банке счет под 5% годовых, с условием начисления процентов за каждый год нахождения денег на счете, и внес на этот счет 100 тысяч рублей.

Антон решил, что каждый год сумма на его счете должна увеличиваться на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим годом, и неуклонно следовал этому правилу. Для этого в некоторые годы он добавлял деньги на счет сразу после начисления процентов, а в некоторые – снимал со счета сразу после начисления процентов.

В марте 2021 года, после очередного начисления процентов и соответствующих действий Антона, на счете было ровно 300 тысяч рублей. Обозначим S_1 – сумму, которую он за все эти годы дополнительно внес на счет, а S_2 – сумму, которую он за все эти годы снял со счета. Найдите разницу между S_1 и S_2 .

17. Высоты равнобедренного треугольника ABC с основанием AC пересекаются в точке H , угол B равен 30 градусов. Луч CH второй раз пересекает окружность ω , описанную вокруг треугольника ABH , в точке K .

а) Докажите, что BA – биссектриса угла KBC .

б) Отрезок BC пересекает окружность ω в точке E . Найдите BE , если $AC = 12$.

18. При каких значениях параметра p уравнение

$$5\cos 2x + \frac{2p}{\sin x} + 29 = 0$$

имеет решения?

19. Возрастающие арифметические прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ и $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ состоят из натуральных чисел.

а) Существуют ли такие прогрессии, для которых $a_1 b_1 + a_3 b_3 = 3a_2 b_2$?

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 = 3a_3 b_3$?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение $a_3 b_3$, если $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 \leq 300$?