

Тренировочная работа по математике от 14 февраля

Статград. 11 класс

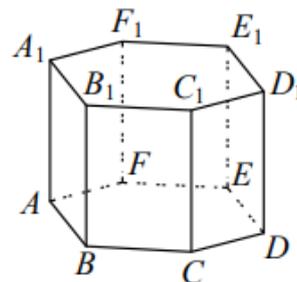
Часть 1. Задания с кратким ответом

- 1 Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 12 и 6.



- 2 Длина вектора \vec{a} равна $10\sqrt{2}$, угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 45° , а скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно 40. Найдите длину вектора \vec{b} .

- 3 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все рёбра равны 32. Найдите угол между прямыми AE_1 и CC_1 . Ответ дайте в градусах.



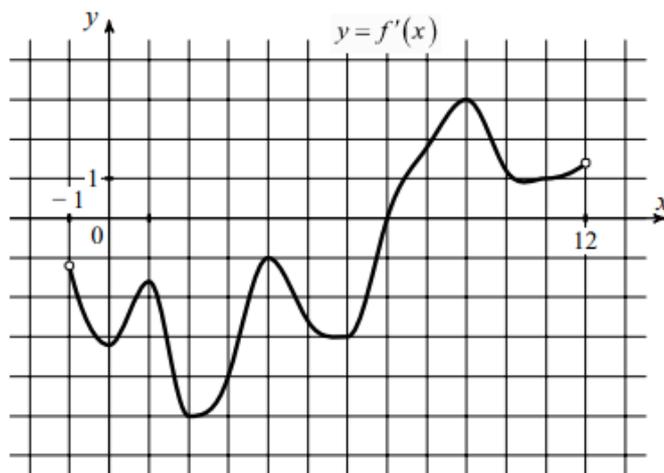
- 4 При изготовлении подшипников диаметром 60 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,982. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 59,99 мм или больше чем 60,01 мм.

- 5 Игральную кость бросают до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 5. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

- 6 Найдите корень уравнения $5^{x-4} = 125$.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{14\cos 82^\circ}{\sin 8^\circ}$.

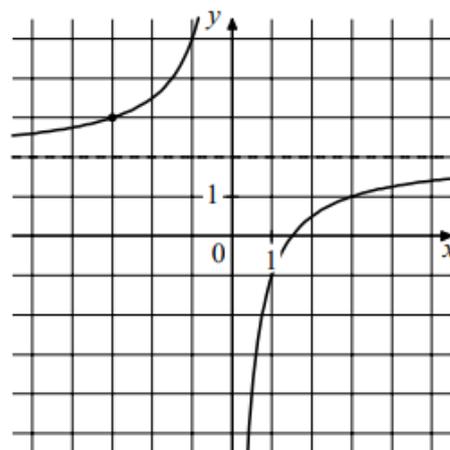
- 8 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1; 12)$. В какой точке отрезка $[2; 7]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



- 9 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 3$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20 % от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$? Ответ дайте в омах.

- 10 На изготовление 660 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 780 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(7,5)$.



- 12 Найдите точку максимума функции $y = \ln(x-7) - 10x + 11$.

Часть 2. Задания с развернутым ответом

13 а) Решите уравнение $\frac{3\cos 2x - 5\sqrt{3}\cos x + 6}{3\sin^2 x - 2} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

14 Основание пирамиды $SABC$ — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Ребро SA является высотой пирамиды. Точки E и F лежат на рёбрах AC и BS соответственно так, что $SF : FB = AE : EC = 2 : 3$.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α , проходящей через точки E и F перпендикулярно прямой AC , является прямоугольником.

б) Точки H и M — точки пересечения плоскости α с прямыми AB и CS соответственно. Найдите объём многогранника $BCMEHF$, если объём пирамиды $SABC$ равен 125.

15 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(32 - 16x) < \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 7x + 10) + \log_{\frac{1}{2}}(x + 3)$.

16 В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Долг (в млн рублей)
Июль 2024	S
Июль 2025	$0,85S$
Июль 2026	$0,7S$
Июль 2027	$0,55S$
Июль 2028	$0,3S$
Июль 2029	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждый платёж будет меньше 3 млн рублей.

17 В треугольнике ABC биссектрисы AK и BL пересекаются в точке I . Известно, что около четырёхугольника $CKIL$ можно описать окружность.

а) Докажите, что угол BCA равен 60° .

б) Найдите площадь треугольника ABC , если его периметр равен 16 и $IC = 2$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\log_a \sqrt{6 - a^{2 \cos x}} = 2 \cos x$$

имеет хотя бы одно решение.

19 Пусть \overline{ml} обозначает двузначное число, равное $10m + l$, где m и l — цифры, $m \neq 0$.

а) Существуют ли такие различные ненулевые цифры a , b , c и d , что $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 396$?

б) Существуют ли такие различные ненулевые цифры a , b , c и d , что $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 1386$, если среди цифр a , b , c и d есть цифра 7?

в) Какое наибольшее значение может принимать выражение $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc}$, если цифры a , b , c и d различны и среди них есть цифры 3 и 6?