

## Задание 5. Теория вероятностей. Формула Бернулли, вероятности сложных событий, условная вероятность

### Вероятности сложных событий

1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: 0,35

2. Какова вероятность того, что в случайно выбранном телефонном номере последняя цифра чётная, а предпоследняя — нечётная?

Ответ: 0,25

3. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Д. верно решит больше 11 задач, равна 0,64. Найдите вероятность того, что Д. верно решит ровно 11 задач или меньше.

Ответ: 0,36

4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,81. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,6. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 23.

Ответ: 0,21

5. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: 0,06

6. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: 0,88

7. При изготовлении подшипников диаметром 75 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,961. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 74,99 мм или больше чем 75,01 мм.

Ответ: 0,039

8. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,03 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: 0,9991

9. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выигрывает оба раза.

Ответ: 0,168

10. Агрофирма закупает куриные яйца только в двух домашних хозяйствах. Известно, что 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 60% яиц высшей категории. В этой агрофирме 50% яиц высшей категории. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: 0,5

11. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 35% этих стекол, вторая — 65%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 5%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: 0,043

12. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.

Ответ: 0,5

13. По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Ответ: 0,02

14. На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефекта. Ответ округлите до сотых.

Ответ: 0,98

15. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

Ответ: 0,98

16. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: 0,0294

17. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: 0,9975

18. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ: 0,216

19. В ящике семь красных и три синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Ответ: 0,175

20. В ящике девять красных и семь синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Ответ: 0,15

21. В ящике четыре красных и два синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Ответ: 0,2

22. В ящике три красных и три синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Ответ: 0,15

23. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Ответ: 0,408

24. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 69 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 69 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент А. получит не менее 69 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,6, по иностранному языку — 0,6 и по обществознанию — 0,9.

Найдите вероятность того, что А. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Ответ: 0,3456

25. Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить ещё 2 или 3 шоколадных яйца?

Ответ: 0,192

26. В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

Ответ: 0,6

27. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: 0,76

28. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определён жребием. Всего в турнире участвует 16 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга – Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придётся сыграть друг с другом?

Ответ: 0,125

29. В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в «Шеш-беш»: гость бросает одновременно две игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплемент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплемент? Результат округлите до сотых.

Ответ: 0,11

30. В викторине участвуют 10 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых шести играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выигрывает седьмой раунд?

Ответ: 0,875

31. В викторине участвуют 6 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых трёх играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выигрывает четвёртый раунд?

Ответ: 0,8

32. В викторине участвуют 6 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых трёх играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выигрывает четвёртый раунд?

Ответ: 0,33

33. При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 11 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?

Ответ: 1

34. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

Ответ: 0,2

35. Игральную кость бросили два раза. Известно, что пять очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 10».

Ответ: 0,08

### **Задачи на действие до результата**

36. Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,5. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трёх попыток.

Ответ: 0,875

37. Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

Ответ: 0,64

38. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,5, а при каждом последующем — 0,7. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,99?  
В ответе укажите наименьшее необходимое количество выстрелов.

Ответ: 5

39. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,4 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,9?

Ответ: 5

40. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6?

Ответ: 5

### Формула Бернулли

41. Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 5 орлов» больше вероятности события «выпадет ровно 4 орла»?

Ответ: 1,2

42. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно пять мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно четыре мишени»?

Ответ: 1,05



43. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно три мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно две мишени»?

Ответ: 5,25

44. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,8. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно пять мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно четыре мишени»?

Ответ: 4,8

### **Условная вероятность**

45. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 91% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 93% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование.

При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: 0,325

46. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование.

При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: 0,43

47. В городе 42 % взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 9,2 % взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 5 %. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: 0,15

48. Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше чем 2. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 3. Какова вероятность того, что было сделано ровно три броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: 0,02

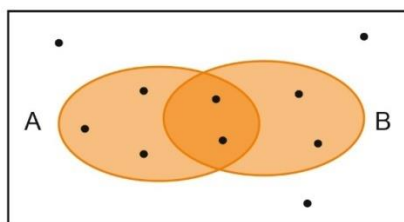
49. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 5 и 6 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 5 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

Ответ: 0,9

50. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно два броска? Ответ округлите до сотых.

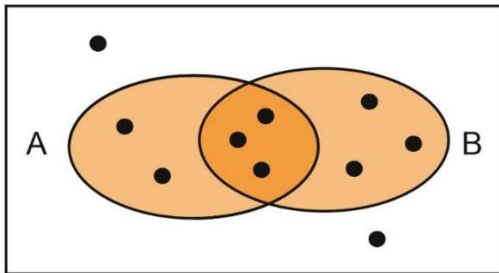
Ответ: 0,42

51. На диаграмме Эйлера показаны события  $A$  и  $B$  в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите  $P(B/A)$  — условную вероятность события  $B$  при условии  $A$ .



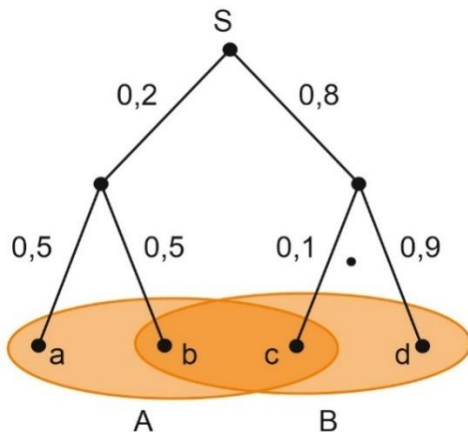
Ответ: 0,4

52. На диаграмме Эйлера показаны события  $A$  и  $B$  в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите  $P(B|A)$  — условную вероятность события  $B$  при условии  $A$ .



Ответ: 0,6

53. На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию  $A$  благоприятствуют элементарные события  $a, b$  и  $c$ , а событию  $B$  благоприятствуют элементарные события  $b, c$  и  $d$ . Найдите  $P(A|B)$  — условную вероятность события  $A$  при условии  $B$ .



Ответ: 0,2