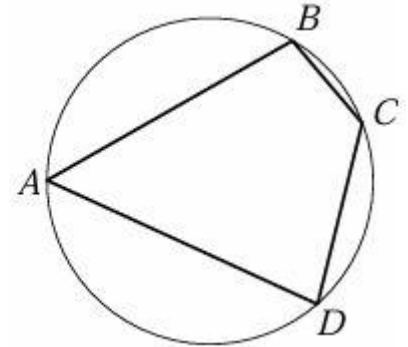


Тренировочная №3 (11 февраля), 11 вариант

Часть 1.

1.

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $BAD$  равен  $16^\circ$ . Найдите угол  $BCD$ . Ответ дайте в градусах.

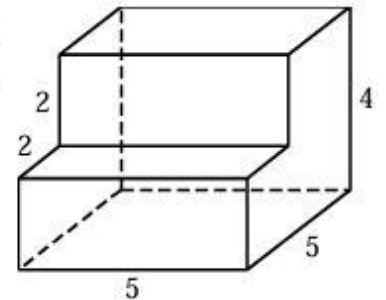


2.

Даны векторы  $\vec{a}(6; -2)$  и  $\vec{b}(4; 6)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

3.

Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



4.

В группе 21 человек, среди них — Иван и Елена. Группу случайным образом делят на 3 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Иван и Елена окажутся в одной подгруппе.

5.

Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 8. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до тысячных.

6.

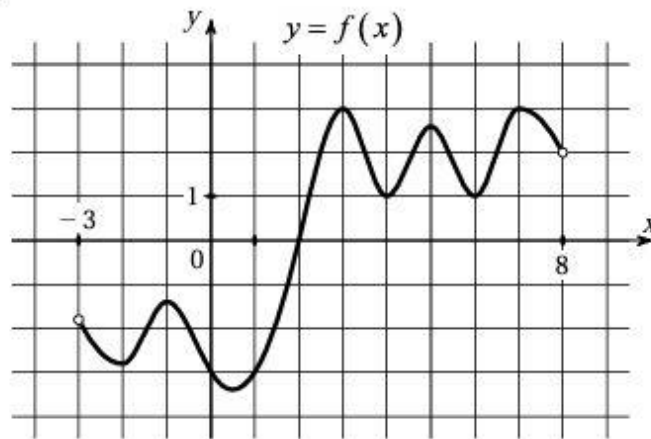
Найдите корень уравнения  $3^{3-x} = 81$ .

7.

Найдите значение выражения  $\left( (x+4y)^2 - x^2 - 16y^2 \right) : (4xy)$ , при  $x=1,94$ ,  $y=\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

8.

На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x)=0$  на отрезке  $[0; 6,5]$ .



9.

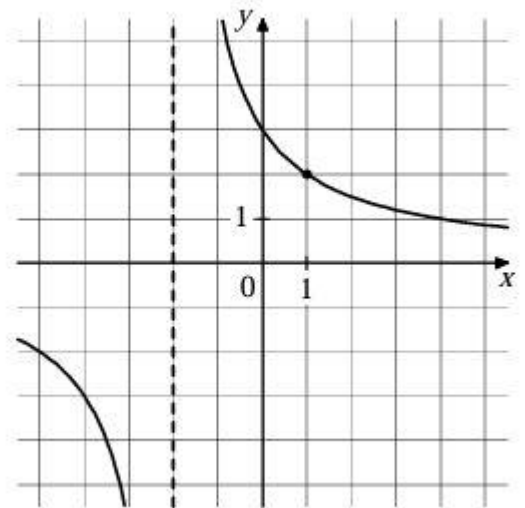
Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку (в Н·м), определяется формулой  $M = NIBl^2 \sin \alpha$ , где  $I = 10$  А — сила тока в рамке,  $B = 6 \cdot 10^{-3}$  Тл — значение индукции магнитного поля,  $l = 0,3$  м — размер рамки,  $N = 500$  — число витков провода в рамке,  $\alpha$  — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент  $M$  был не меньше 1,35 Н·м?

10.

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 42 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 8 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

11.

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x+a}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -0,3$ .



12.

Найдите точку минимума функции  $y = (48 - x)e^{48 - x}$ .

## Вторая часть.

13.

а) Решите уравнение  $25^{-\sqrt{1-\cos^2 x}} - 25^{\sin x} = -\frac{24}{5}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

14.

В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 7, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $\sqrt{7}$ . На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $BK = C_1 L = 3$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $AC$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка  $A_1$ , а основание — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

15.

Решите неравенство  $\frac{\log_5(x+1) - \log_5(5-x)}{\log_5^2 x^2 + 3\log_5 x^4 + 9} \leq 0$ .

16.

В июле 2026 года планируется взять кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным первоначальному;

— выплаты в 2030 и 2031 годах равны;

— к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 9 млн рублей.



17.

Точки  $P$ ,  $Q$ ,  $W$  делят стороны выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  в отношении  $AP:PB = CQ:QB = CW:WD = 2:5$ . В треугольнике  $PQW$  угол  $W$  острый, при этом радиус описанной около этого треугольника окружности равен  $\frac{17}{4}$ ,  $PQ = \frac{15}{2}$ ,  $QW = 4$ .

- Докажите, что треугольник  $PQW$  прямоугольный.
- Найдите площадь четырёхугольника  $ABCD$ .

18.

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$|x + 2a + 8| + |x - 2a - 16| \leq 3|x| + 3|x - 4|$$

выполняется при всех значениях  $x$ .

19.

На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 4, а среднее арифметическое шести наибольших равно 12.

- Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 2?
- Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 9?
- Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

КУРСЫ  
ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

КУРСЫ  
ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

ПОДГОТОВКА  
К ОЛИМПИАДАМ

РУССКИЙ ЯЗЫК