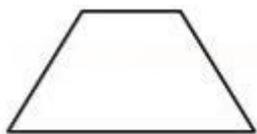


**Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ 11 класс**  
**18 марта 2025 года Вариант МА2410412 (профильный уровень)**

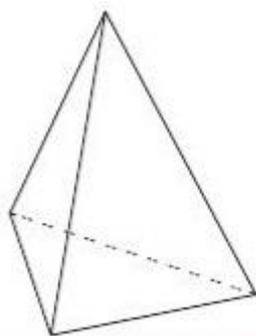
**Часть 1.**

1. Основания равнобедренной трапеции равны 9 и 21. Боковые стороны равны 10. Найдите длину диагонали трапеции.



2. Даны векторы  $\vec{a}(2; \sqrt{21})$  и  $\vec{b}(2; -\sqrt{21})$ . Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

3. Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 8 раз?



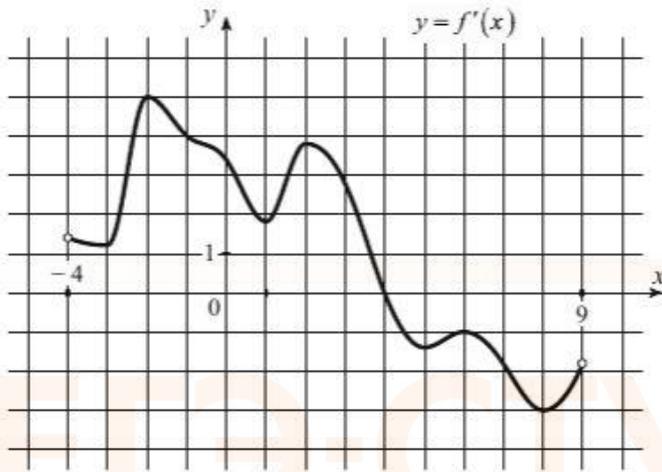
4. В среднем из 600 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

5. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

6. Найдите корень уравнения  $5^{7-x} = 25^{3x}$ .

7. Найдите значение выражения  $\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{11}$ .

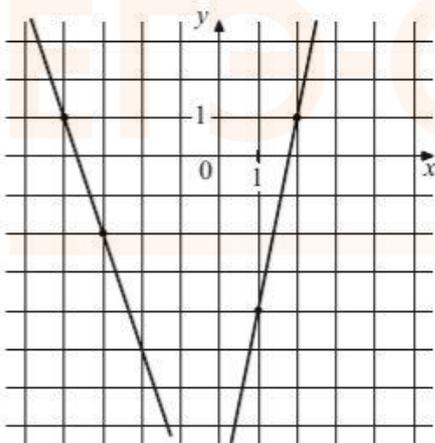
8. На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 9)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-1; 6]$ .



9. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 8,1 \cdot 10^5$  Па·м<sup>4</sup>, где  $p$  – давление в газе в паскалях,  $V$  – объём газа в кубических метрах,  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $6,25 \cdot 10^6$  Па.

10. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 56%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 2%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



12. Найдите наибольшее значение функции  $y = (x + 15)^2 e^{-13-x}$  на отрезке  $[-14; -12]$ .

## Часть 2.

13. а) Решите уравнение  $2 \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right) + 2\sqrt{3} \cos^2 x = 2\sqrt{3} - \cos x$ .

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$ .

14. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 3, высота  $SH$  равна 12. Точка  $K$  – середина бокового ребра  $SA$ , а точка  $N$  – середина ребра  $BC$ . Плоскость, параллельная плоскости  $ABC$ , проходит через точку  $K$  и пересекает рёбра  $SB$  и  $SC$  в точках  $Q$  и  $P$  соответственно.

а) Докажите, что прямая  $QP$  пересекает отрезок  $SN$  в его середине.

б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $AQP$ .

15. Решите неравенство  $\log_{14}(8x^2 + 7) - \log_{14}(x^2 + x + 1) \geq \log_{14}\left(\frac{x}{x+3} + 7\right)$ .

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 22% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,572 млн рублей?

17. Точка  $O$  – центр вписанной в треугольник  $ABC$  окружности. Прямая  $BO$  вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке  $P$ .

а) Докажите, что  $OP = CP$ .

б) Найдите радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности, если расстояние от точки  $P$  до прямой  $AC$  равно 30,  $\angle ABC = 60^\circ$ .

18. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{x + 6} \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19. Из правильной несократимой дроби  $\frac{a}{b}$ , где  $a$  и  $b$  – натуральные числа, за один ход получают дробь  $\frac{a+b}{2a+b}$ .

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби  $\frac{1}{4}$  получить дробь  $\frac{27}{38}$ ?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь  $\frac{8}{15}$ ?

в) Несократимая дробь  $\frac{c}{d}$  больше 0,69. Найдите наименьшую дробь  $\frac{c}{d}$ , которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?

ЕГЭ-СТУДИЯ

КУРСЫ  
ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

КУРСЫ  
ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

ПОДГОТОВКА  
К ОЛИМПИАДАМ

РУССКИЙ ЯЗЫК