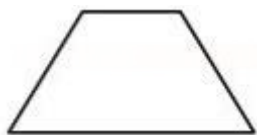


Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ 11 класс
18 марта 2025 года Вариант МА2410412 (профильный уровень)

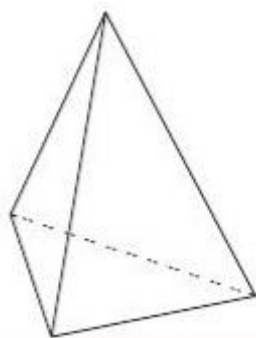
Часть 1.

1. Основания равнобедренной трапеции равны 9 и 21. Боковые стороны равны 10. Найдите длину диагонали трапеции.



2. Даны векторы $\vec{a}(2; \sqrt{21})$ и $\vec{b}(2; -\sqrt{21})$. Найдите косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} .

3. Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 8 раз?



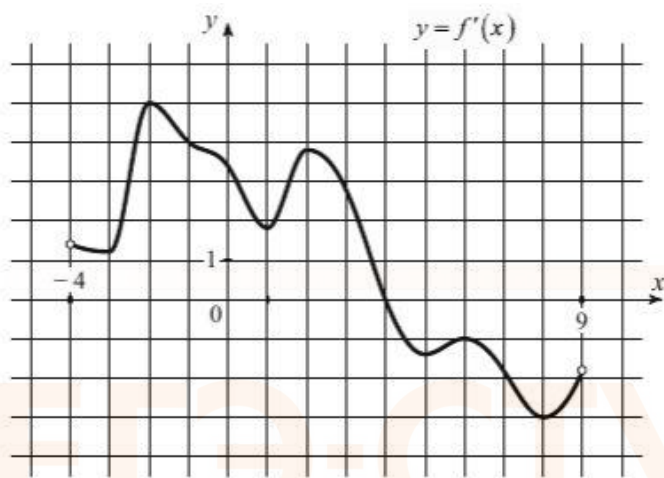
4. В среднем из 600 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

5. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

6. Найдите корень уравнения $5^{7-x} = 25^{3x}$.

7. Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{11}$.

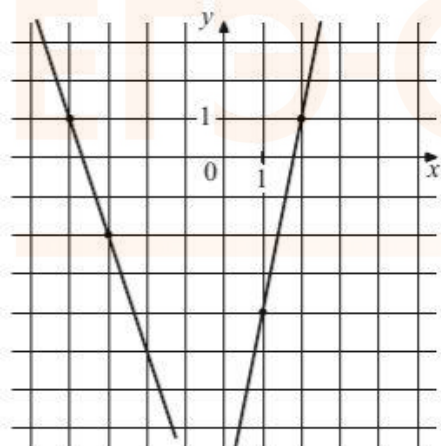
8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-1; 6]$.



9. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 8,1 \cdot 10^5$ Па·м⁴, где p – давление в газе в паскалях, V – объём газа в кубических метрах, $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $6,25 \cdot 10^6$ Па.

10. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 56%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 2%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 15)^2 e^{-13-x}$ на отрезке $[-14; -12]$.

Часть 2.

13. а) Решите уравнение $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2\sqrt{3} \cos^2 x = 2\sqrt{3} - \cos x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 3, высота SH равна 12. Точка K – середина бокового ребра SA , а точка N – середина ребра BC . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает рёбра SB и SC в точках Q и P соответственно.

а) Докажите, что прямая QP пересекает отрезок SN в его середине.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и AQP .

15. Решите неравенство $\log_{14}(8x^2 + 7) - \log_{14}(x^2 + x + 1) \geq \log_{14}\left(\frac{x}{x+3} + 7\right)$.

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 22% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,572 млн рублей?

17. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 30, $\angle ABC = 60^\circ$.

18. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = \sqrt{x + 6} \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19. Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b – натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{4}$ получить дробь $\frac{27}{38}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{8}{15}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,69. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?

ЕГЭ-СТУДИЯ

КУРСЫ
ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

КУРСЫ
ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

ПОДГОТОВКА
К ОЛИМПИАДАМ

РУССКИЙ ЯЗЫК