Статград 23 апреля 2025, лучшие задачи

Теория вероятностей

1.

В ящике лежали 22 одинаковые карточки, пронумерованные числами от 1 до 22. К ним добавили ещё три карточки с числами 30, 36 и 39. Из ящика выбирают одну случайную карточку. Какова вероятность того, что на ней окажется чётное число?

2.

Семена подсолнечника расфасовывают в пакеты по 1 кг. Вероятность того, что в случайно выбранном пакете масса семян окажется меньше, чем 1050 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 970 г, равна 0,94. Найдите вероятность того, что масса семян в этом пакете окажется в интервале от 970 г до 1050 г.

3.

В многофункциональном центре установлены две одинаковые станции печати документов. В течение дня каждая из станций требует вмешательства оператора с вероятностью 0,25. Вероятность того, что обе станции потребуют вмешательства оператора, равна 0,11. Найдите вероятность того, что в течение дня ни одна из станций не потребует вмешательства оператора.

Текстовая задача

4.

Между пристанями А и Б по озеру курсировал старый катер. Потом его заменили катером на подводных крыльях, скорость которого на 15 км/ч больше. Поэтому время в пути от А до Б сократилось на 36 минут. Найдите скорость старого катера, если расстояние между пристанями равно 40 км. Ответ дайте в км/ч.

Исследование функции

5.

Найдите точку максимума функции $f(x)=(x+4)^2(x+2)-10$.

№13, вариант 9

6.

а) Решите уравнение $2\sin 2x+\sqrt{20}\sin(x+\pi)=2\sqrt{3}\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\sqrt{15}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2};5\pi\right]$.

№14 вариант 11

7.

Дан прямой круговой цилиндр. На окружности нижнего основания выбраны точки A и B, а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1. Отрезок BB_1 является образующей цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите величину угла между прямыми BB_1 и AC_1, если $AB=8$, $BB_1=17\sqrt{3}$, $B_1C_1=15$.

№15 вариант 12

8.

Решите неравенство $\dfrac{\log_2(3x+31)-\log_{\sqrt{2}}(x+7)}{x^4-16}\ge 0$.

9.

№16 вариант 9

В июле 2025 года планируется взять в банке потребительский кредит на некоторую сумму денег. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 17 280 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 29 280 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

В вариантах 11 и 12 задача 16 – на вывод формулы величины переплаты в схеме с равномерным погашением кредита (дифференцированные платежи).

№17 вариант 11

10.

Основание AD трапеции $ABCD$ является диаметром окружности, проходящей через середину стороны AB и касающейся прямой CD.
а) Докажите, что треугольник ABD равнобедренный.
б) Найдите площадь трапеции $ABCD$, если $BC=4$, $\angle BDC=30°$.

№18 вариант 9

11.

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение
$$9^x-3^x\cdot\left(4^a+4\right)=3^x\cdot\left(16-2^a\right)+\left(4^a+4\right)\left(2^a-16\right)$$
имеет единственное решение.

№18 вариант 12

12.

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение
$$a^2+7|x|+7\log_7\left(28x^2+7\right)=4a+2|x-2a|$$
имеет хотя бы один корень.

№19 вариант 11

13.

Юра распечатал на принтере карточки со всеми трёхзначными натуральными числами, которые равны n^2+8n при некотором натуральном n. Когда его сестра Катя пришла из школы, она выбрала все карточки с числами, оканчивающимися цифрой 4.
а) Могла ли у Кати оказаться карточка с числом, которое оканчивается «84»?
б) Могла ли у Кати оказаться карточка с числом, которое оканчивается «54»?
в) Сколько всего у Кати карточек?