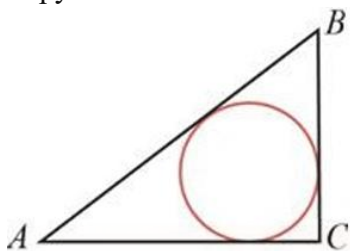


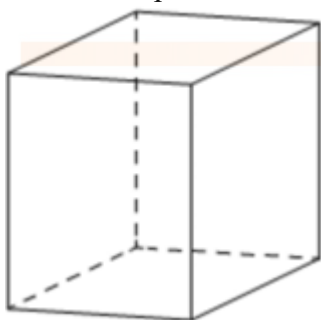
Статград 01.10.2025

Часть 1.

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 24$, $BC = 10$. Найдите радиус вписанной окружности.



2. Даны векторы $\vec{a}(-15; -3)$, $\vec{b}(-3; 4)$ и $\vec{c}(0; 4)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 5\vec{b} + \vec{c}$.
3. Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной призмы, если сторона её основания равна 5, а площадь поверхности равна 190.

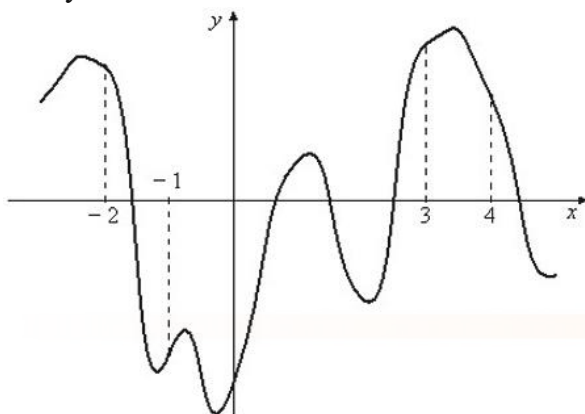


4. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 140 сумок 10 сумок имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.
5. Вероятность того, что новый персональный компьютер прослужит больше года, равна 0,95. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

6. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{18}{2x-52}} = \frac{1}{8}$.

7. Найдите значение выражения $\log_{2,5} 6 \cdot \log_6 0,4$.

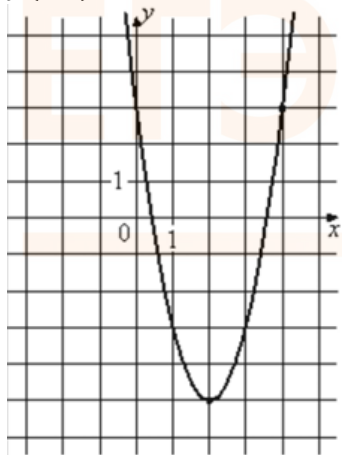
8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, -1, 3, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



9. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, $U_0 = 2$ В — амплитуда, $\omega = 60^\circ / \text{с}$ — частота, $\varphi = -15^\circ$ — фаза. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, то загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

10. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 108 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью, на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 - 8x + c$. Найдите значение $f(-2)$.



12. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2 + 25}{x}$

Часть 2.

13. а) Решите уравнение

$$2\cos 2x - 16 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 7 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 3 : 1$. Точка T — середина ребра $B_1 C_1$.

а) Докажите, что сечение параллелепипеда плоскостью ETD_1 является трапецией.

б) Найдите угол между плоскостью ETD_1 и плоскостью $A_1 B_1 C_1$, если известно, что $AB = 2\sqrt{2}$, $AD = 4$, $AA_1 = 12$.

15. Решите неравенство $x - 7 - \frac{8x-74}{x^2-16x+63} \leq \frac{1}{x-9}$.

16. По вкладу «А» банк в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает эту сумму на 12 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наибольшее натуральное число процентов, начисленное за третий год по вкладу «Б», при котором за три года этот вклад будет менее выгоден, чем вклад «А».

17. Биссектрисы углов BAD и BCD равнобедренной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Через точку O провели прямую, параллельную основаниям BC и AD , и пересекающую боковые стороны AB и CD в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что отрезок этой прямой внутри трапеции равен её боковой стороне.

б) Найдите длину основания AD , если $AO = CO$, $BC = 7$ и данная прямая делит сторону AB в отношении $AM : MB = 3 : 5$.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{9x^4 + 2x^2(11x + 4) - a(4x^2 - a)} = 3x^2 + 4x - a$ имеет ровно три различных корня.

19. Пусть $S(n)$ обозначает сумму цифр натурального числа n .

а) Существует ли такое число n , что $5n + S(n) = 2027$?

б) Существует ли такое число n , что $10n + S(n) = 2027$?

в) Для какого наименьшего натурального числа k найдётся хотя бы одно такое двузначное число n , что $9kn + S(n) = 15889$?

КУРСЫ
ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

КУРСЫ
ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

ПОДГОТОВКА
К ОЛИМПИАДАМ

РУССКИЙ ЯЗЫК